

ارایه یک مدل خرابی ریزمکانیکی برای مواد شکننده تحت بارگذاری فشاری تک‌محوره با نرخ کرنش بالا

محمد حسین احمدی^۱، حامد ملاداودی^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری، گروه مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- استادیار، گروه مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(دریافت ۱۳۹۶/۱۲/۲۳، پذیرش ۱۳۹۷/۰۵/۰۸)

چکیده

در دهه‌های اخیر مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه برای مطالعه خرابی مواد سنگی توسط محققان متعددی به کار برده شده‌اند. بیشتر مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه از اصول ترمودینامیک برگشت‌ناپذیر برای حل مساله استفاده می‌کنند. از آنجایی که در مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه برای حل فرآیند خرابی در مواد شکننده فیزیک واقعی فرآیند خرابی در مواد شکننده چندان در نظر گرفته نمی‌شود، بنابراین مدل‌های خرابی ریزمکانیکی روش‌های نوینی برای در نظر گرفتن فیزیک واقعی مساله در ریز مقیاس به ویژه جوانه‌زنی و رشد ترک‌های بال‌دار از ریز ترک‌های اولیه‌اند که مورد توجه محققان قرار گرفته‌اند. لغزش اصطکاکی بر سطوح ریز ترک‌های بسته موجب تغییر شکل‌های غیرخطی و جوانه‌زنی ترک‌های بال‌دار از نوک ریز ترک‌های اولیه می‌شوند. از آنجایی که مواد سنگی توزیع مختلفی از ریز ترک‌های اولیه از نظر اندازه و جهت دارند، تحت بارگذاری دینامیکی همه ریز ترک‌های ذاتی موجود در مواد سنگی فعال شده و رشد می‌کنند. اندرکنش ریز ترک‌ها با یکدیگر و بهم پیوستن آن‌ها نقش مهمی در میزان خرابی تجمعی و تشکیل صفحه شکست بزرگ مقیاس در مواد سنگی دارد. روش‌های همگن‌سازی مختلفی از قبیل توزیع رقیق، موری - تاناکا، خودسازگار و پونته - کاستاندا برای محاسبه پارامترهای معادل مکانیکی به کار برده می‌شوند. در این مطالعه از روش همگن‌سازی خودسازگار (SCS) برای تعیین پارامترهای همگن سازی شده محیط معادل نمونه سنگی تحت بارگذاری فشاری دینامیکی تک‌محوره استفاده شده است. الگوریتم مدل خرابی توسعه داده شده در محیط نرم‌افزار تجاری تفاضل محدود (FLAC) کدنویسی شده است. در این مطالعه با استفاده از مدل خرابی توسعه داده شده مقاومت نمونه سنگی در شرایط آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره به ازای نرخ‌های کرنش مختلف و با مقادیر بالا مدل‌سازی و تحلیل شده است. نتایج تحلیل‌ها و شبیه‌سازی‌ها وابستگی مقاومت حداکثری نمونه به نرخ کرنش اعمالی را نشان می‌دهد. همچنین مطابق با نتایج، با افزایش نرخ بارگذاری میزان مقاومت فشاری نمونه افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی

مدل خرابی ریزمکانیکی، همگن‌سازی، فاکتور شدت تنش، مقاومت دینامیکی.

۱- مقدمه

تحت بارگذاری اعمالی مواد شکننده از قبیل سنگ پاسخ غیرخطی و پیچیده‌ای در تنش‌هایی نزدیک به مقاومت حداکثر و در ناحیه نرم‌شوندگی از خود نشان می‌دهند. تفسیر، تحلیل و درک صحیح از مکانیزم شکست سنگ تحت بارگذاری دینامیکی از کلیدی‌ترین اقدامات در فعالیت‌های مهندسی است. اقدامات پیشگیرانه در مقابله با شکست و ناپایداری پله‌های معادن روباز ناشی از بارگذاری دینامیکی (انفجار) و حفاریات زیرزمینی (حفر به روش انفجار، انفجار خودبده‌خودی سنگ و نظایر آن) فقط در صورتی امکان‌پذیر است که درک اساسی از مکانیزم شکست مواد سنگی تحت بارگذاری دینامیکی وجود داشته باشد.

مواد سنگی عوارض ذاتی از قبیل ناهمگنی، ریزحفرات، ریزترک‌ها و عدم انطباق در مرز دانه‌ها در ریزمقیاس دارند. این ریز عوارض منجر به ایجاد تمرکز تنش و کاهش مقاومت نهایی مواد سنگی تحت بارگذاری‌های اعمالی می‌شوند. تغییرشکل‌های پلاستیک، رشد و جوانه‌زنی ترک‌های بال‌دار از نوک ریزترک‌های اولیه منجر به کاهش پارامترهای مکانیکی ماتریکس سنگ شده و بهم‌پیوستگی این ریزترک‌ها در مراحل بعدی منجر به شکست نوعی سنگ می‌شود [۱]. میدان تنش محلی القا شده در مرز ناحیه بیضوی شکل حاوی ریزترک منفرد باعث ایجاد تمرکز تنش در نوک ریزترک و میدان تنش متفاوت از میدان تنش کل اعمالی در ناحیه میدان دور می‌شود. رشد ترک از نوک ریزترک‌های اولیه موجود در سنگ زمانی اتفاق می‌افتد که تحت بارگذاری خارجی فاکتور شدت تنش^۱ (SIF) در نوک ترک از مقدار ذاتی چغرمگی ماده در مد شکست نوع اول (K_{IC}) فراتر رود. در چنین شرایطی ریزترک‌ها شروع به رشد می‌کنند و به فرآیند رشد ریزترک‌ها از نوک آن‌ها جوانه زنی گفته می‌شود [۲].

مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه برای مطالعه خرابی مواد سنگی توسط محققان متعددی به کار برده شده است. اغلب مدل‌های پدیدارشناسانه از اصول ترمودینامیک برگشت‌ناپذیر استفاده می‌کنند [۳-۵]. در این مدل‌ها، پارامتر خرابی به صورت تابعی از متغیرهای داخلی (کرنش پلاستیک، متغیر خرابی، متغیر سخت‌شوندگی پلاستیک و نظایر آن) است. مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه فیزیک واقعی فرآیند خرابی از جمله چگالی ریزترک‌ها، اندازه و جهت ریزترک‌ها در مواد را در نظر نمی‌گیرند. از این رو نقش پارامترهایی از قبیل فاکتور شدت تنش در نوک ترک، چغرمگی و فرآیند جوانه‌زنی

ترک‌های بال‌دار در نظر گرفته نمی‌شود. به همین دلیل فرآیند رشد و انباشتگی خرابی با مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه به خوبی قابل بیان نیست. مدل‌های خرابی ریزمکانیکی به عنوان روش‌های نوین برای در نظرگرفتن فیزیک واقعی مساله در خصوص جوانه‌زنی و رشد ریزترک‌های بال‌دارند که در سال‌های اخیر مورد توجه محققان متعددی واقع شده‌اند. با توجه به این که مواد سنگی حاوی توزیع مختلفی از ریزترک‌های اولیه از نظر اندازه و جهت‌اند، بنابراین تحت بارگذاری دینامیکی همه ریزترک‌های ذاتی موجود در مواد سنگی با افزایش بار اعمالی و با توجه به جهت‌گیری خود نسبت به راستای بارگذاری، به صورت مرحله‌ای فعال شده و رشد می‌کنند. به همین دلیل اندرکنش ریزترک‌ها نقش مهمی در میزان خرابی مواد سنگی دارد [۶]. برای حل یک مساله دینامیکی با مدل خرابی ریزمکانیکی پارامترهای زیر باید ارزیابی و تعیین شوند [۷]:

- تعیین تنش‌های موضعی اعمالی بر مرز ناحیه بیضوی شکل حاوی ریزترک با استفاده از تنش‌های اعمالی در میدان دوردست
- ارزیابی و دخیل کردن ریزساختار ماده برای لحاظ کردن فیزیک واقعی مساله در فرآیند رشد خرابی
- در نظرگرفتن اندرکنش ریزترک‌ها با استفاده از الگوهای همگن‌سازی
- محاسبه فاکتور شدت تنش
- فاکتور شدت تنش در مد I (K_I) برای ریزترک‌های بسته لغزشی تحت بارگذاری فشاری دینامیکی برای اولین بار توسط نعمت ناصر و هاری^۲ محاسبه شد. مهم‌ترین ضعف مطالعه انجام شده توسط این افراد استفاده از روش همگن‌سازی توزیع رقیق^۳ بود. در روش همگن‌سازی رقیق، اندرکنش ریزترک‌ها با یکدیگر در نظر گرفته نمی‌شود. پالیوال و رامش^۴ در تکمیل مطالعات پیشین با لحاظ اندرکنش بین ریزترک‌ها از روش همگن‌سازی خودسازگار^۵ (SCS) استفاده کردند. ضمن این که با استفاده از روش تابع مختلط میدان تنش موضعی اعمالی بر مرز ناحیه بیضوی شکل حاوی ریزترک منفرد تحت بارگذاری میدان تنش دومحوره خارجی را محاسبه کردند. لاری و گراهام بردی در مطالعات خود علاوه بر تاثیر ریزترک‌های ذاتی در فرآیند رشد خرابی، اثر منافذ حفروی شکل را نیز در توسعه مدل رفتاری لحاظ کردند. آن‌ها در مطالعات خود با استفاده از اصول روش همگن‌سازی خودسازگار پارامترهای معادل مکانیکی را برای محیط ترک‌دار شده ارزیابی و با استفاده از تانسور اشلبی میدان تنش موضعی را محاسبه کردند. شائو

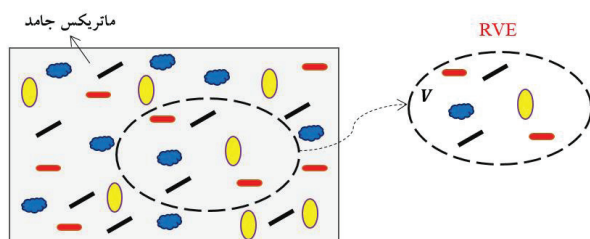
۲-۱- المان حجمی معرف (RVE)

از المان حجمی معرف (RVE) برای برقراری ارتباط بین رفتار ریزمقیاس و بزرگ‌مقیاس ماده استفاده می‌شود. مطابق با شکل ۱، المان حجمی معرف (RVE) در سنگ حاوی ریزترک‌ها با ناحیه V نشان داده می‌شود که حاوی توزیع تصادفی از ریزعوارض در ماتریکس جامد است. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، این ریزعوارض با توجه به شکل آن‌ها عمدتاً به دو گروه دسته‌بندی می‌شوند:

(i) بازشدگی‌های صاف و سکه‌ای شکل که ریزترک نامیده می‌شود.

(ii) بازشدگی‌های گرد که تخلخل نامیده می‌شوند.

بخش جامد ماده به عنوان ماتریکس در نظر گرفته می‌شود. به همین دلیل تمرکز اصلی بر تحلیل رفتارهای غیرالاستیک القایی ناشی از ریزترک‌ها است که با متغیر خرابی ارزیابی می‌شود. بنابراین RVE شامل ترکیب ماتریکس جامد و ریزترک‌های توزیع شده در آن است [۱۳].



شکل ۱: المان حجمی معرف (RVE)

۲-۲- اصول همگن‌سازی

مواد شکننده از جمله سنگ به طور ذاتی حاوی ریزعوارض و ریزترک‌ها هستند. این ریزساختارها جزو نقاط ضعف ماده به شمار می‌روند و منجر به کاهش پارامترهای الاستیک از جمله صلیبیت می‌شوند. تاکنون از روش‌های مختلف همگن‌سازی برای در نظر گرفتن ریزساختارها و محاسبه پارامترهای مکانیکی معادل استفاده شده است. در ریزمقیاس، تانسور الاستیسیته سنگ $(C_{ijkl}(x))$ وابسته به مختصات نقطه، متفاوت است. برای برقراری ارتباط بین کمیت‌های ریزمقیاس و بزرگ‌مقیاس سنگ، از المان حجمی معرف (RVE) استفاده می‌شود. المان حجمی معرف سنگ (V) با مرز ∂V حاوی ناهمگنی‌ها و فرآیند همگن‌سازی اعمالی بر آن در شکل ۲

و همکاران مدل خرابی بر پایه اصول ریزمکانیک را توسعه دادند که اندرکنش بین ریزترک‌های سکه‌ای شکل با استفاده از روش همگن‌سازی پونته-کاستاندا در نظر گرفته می‌شود. [۸]. ژائو و همکاران مدل خرابی ریزمکانیکی را برای تحلیل خرابی آئیزوتروپیک مواد شبه‌شکننده توسعه دادند. آن‌ها در مطالعات خود رشد خرابی و لغزش اصطکاکی در سطوح ریزترک را به طور توأم در نظر گرفتند. هم‌چنین از روش همگن‌سازی پونته-کاستاندا و ویلیس برای لحاظ اندرکنش بین ریزترک‌های سکه‌ای شکل استفاده کردند [۹]. هو و همکاران مدل عددی سه‌بعدی با استفاده از مفاهیم مکانیزم جوانه‌زنی ترک بال‌دار برای شبیه‌سازی پاسخ مواد شکننده تحت شرایط بارگذاری چندمحوره را توسعه دادند [۱۰]. گراهام بردی و کاتکف مدل خرابی ریزمکانیکی با استفاده از اصول همگن‌سازی خودساگار برای مطالعه شکست دینامیکی مواد با ریزحفره‌های کروی شکل تحت بارگذاری فشاری توسعه دادند. تانگ اصول مشابهی را برای شبیه‌سازی شکست دینامیکی مواد شکننده در مقیاس بزرگ به صورت سه‌بعدی به کار برد [۱۱].

فاکتور شدت تنش مد I و مد II در نوک ترک بر مبنای روش المان مرزی غیرمستقیم ناپیوستگی در جابه‌جایی، اصول بازشدگی نوک ترک و لغزش نوک ترک در فضای دوبعدی به صورت عددی توسط فاتحی مرجی و همکاران مطالعه شده است. تکنیک‌های یاد شده به صورت تحلیلی- عددی و از لحاظ کارایی بسیار دقیق‌اند و توانایی مدل کردن ترک با هر نوع شکل هندسی را دارند. برای نشان دادن میزان دقت و کارایی روش یاد شده برخی مثال‌های عددی در صفحات محدود، نامحدود و نیمه- محدود حل شده است [۱۲].

۲- مبانی تحلیل ریزمکانیکی

چنانچه اشاره شد مدل‌های خرابی ریزمکانیکی فیزیک واقعی ماده از جمله چگالی ریزترک‌ها در واحد سطح، اندازه و جهت‌گیری فضایی ریزترک‌ها، اندازه و سرعت رشد ترک بال‌دار، اثرات تک‌جانبه و نظایر آن را در نظر می‌گیرند. از آنجا که هدف نهایی هر مدل رفتاری تعیین رابطه تانسور تنش و کرنش در بزرگ‌مقیاس است، بنابراین باید مفاهیم همگن‌سازی تشریح شوند تا درک مناسبی از ارتباط رفتار ماده در ریزمقیاس و بزرگ‌مقیاس حاصل شود. از این‌رو در زیربخش‌های پیش‌رو اصول همگن‌سازی ارایه شده است.

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\sigma}} dv, \quad \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\varepsilon}} dv \quad (2)$$

به دلیل یگانگی جواب، تانسور کرنش ریزمقیاس $\underline{\underline{\varepsilon}}$ در المان حجمی معرف رابطه‌ای خطی با تانسور کرنش بزرگ مقیاس و یکنواخت $\langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle = \underline{\underline{E}}$ اعمالی در مرز المان حجمی معرف دارد (رابطه ۳):

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \mathbb{A}^c : \underline{\underline{E}} \quad (3)$$

که در این رابطه \mathbb{A}^c تانسور تاثیر است. معادله رفتاری در هر بخش سنگ (ماتریکس و ریزترک) از رابطه ۴ تعیین می‌شود:

$$\underline{\underline{\sigma}}(z) = \mathbb{C}(z) : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (4)$$

در این رابطه $\mathbb{C}(z)$ تانسور مرتبه چهارم سختی سنگ در نقطه‌ای به مختصات z است.

بر اساس راه حل اشلیبی، تانسور تاثیر در هر بخش سنگ (ماتریکس جامد و ناهمگنی) یکسان فرض می‌شود. تانسور صلبیت همگن شده سنگ را می‌توان بر اساس دو جزو ماتریکس جامد و ریزترک‌ها مطابق با رابطه ۵ بسط داد [۱۴]:

$$\mathbb{C}^{\text{hom}} = \mathbb{C}^s + \varphi^c (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s) : \mathbb{A}^c \quad (5)$$

که در آن:

φ^c : نسبت حجمی اشغال شده به وسیله ریزترک‌های هم‌راستا با یکدیگر

\mathbb{C}^s : تانسور الاستیک صلبیت مرتبه چهارم برای ماتریکس جامد

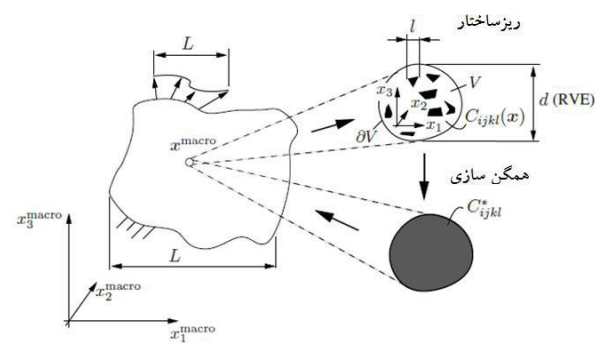
\mathbb{C}^c : تانسور الاستیک صلبیت مرتبه چهارم برای ریزترک‌ها (ناهمگنی) [۱۳].

مقدار تانسور تاثیر \mathbb{A}^c با توجه به نوع روش همگن‌سازی تقریب زده می‌شود. برخی روش‌های همگن‌سازی برای تعیین تانسور تاثیر عبارتند از [۱۵]:

- روش رقیق (Dilute)
- روش موری-تاناکا^۲ (MT)
- روش پونت کاستاندا و ویلیس (PCW)
- روش خودسازگاری (SCS)

نشان داده شده است [۱۳].

با فرض آن‌که رفتار مواد در مقیاس ریز معلوم و به صورت الاستیک است، المان حجمی معرف (V) در مقیاس میکروسکوپی باید معرف رفتار کل ماده باشد. المان حجمی معرف در فرآیند همگن‌سازی برای تعریف پارامترهای بزرگ‌مقیاس در قالب تانسور الاستیک موثر (C_{ijkl}^*) استفاده می‌شود. تانسور الاستیسیته موثر (C_{ijkl}^*) به اندازه المان حجمی معرف (V) وابسته است.



شکل ۲: روند همگن‌سازی ریزعوارض از مقیاس ریز به مقیاس بزرگ [۱۳]

برای اینکه ابعاد المان حجمی معرف (V) برای همگن‌سازی مناسب باشد، طول مشخصه المان حجمی معرف (d) باید شرایط رابطه ۱ را داشته باشد. [۱۳]:

$$l \leq d \leq L \quad (1)$$

که در آن:

L : ابعاد ماکروسکوپی ماده مورد نظر

l : اندازه ریزعوارض موجود در ماده مطابق شکل ۲ است. بر اساس نظریه کامپوزیت‌ها و مطابق شکل ۲ سنگ حاوی ریزترک‌ها را می‌توان به عنوان ماده‌ای ناهمگن در نظر گرفت. با معادل‌سازی آن با ماده‌ای همگن، خواص مکانیکی معادل یا همگن‌سازی شده تعیین می‌شود. کمیت‌های بزرگ مقیاس المان حجمی معرف سنگ چون تنش و کرنش با نمادهای $\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle$ و $\langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle$ نمایش داده می‌شوند. کمیت‌های بزرگ‌مقیاس المان حجمی به صورت میانگین حجمی آن کمیت در ریزمقیاس تعریف می‌شود (رابطه ۲) [۱۴]:

۲-۳- روش همگن‌سازی خودسازگاری

اگر فاصله ریزعوارض نسبت به هم زیاد باشد، به صورتی که عوارض نتوانند تاثیری بر یکدیگر داشته باشند، در این صورت از الگوی همگن‌سازی رقیق برای تعیین پارامترهای مکانیکی معادل استفاده می‌شود. در صورتی که ریزعوارض در فاصله نزدیکی به هم قرار داشته باشند آنگاه تحت اعمال بار خارجی میدان تنشی که حول هر ریزترک ایجاد می‌شود متفاوت از میدان تنشی است که هر ریزترک می‌تواند در حالت منفرد تجربه کند. به عبارت دیگر اندرکنش بین ریزترک‌ها باعث تمرکز تنش در نوک ریزترک‌ها می‌شود که بسته به مقدار فاکتور شدت تنش و چگرمگی ذاتی ماده می‌تواند مقدمات جوانه‌زنی و رشد ترک‌های بال‌دار از نوک ریزترک‌های اولیه را فراهم آورد. در برخی از موارد فاصله زیادی بین ریزعوارض وجود ندارد. در چنین شرایطی، برای تعیین پارامترهای مکانیکی معادل از روش همگن‌سازی خودسازگار استفاده می‌شود. این روش بر اساس تقریب محیط پیرامون یک عارضه با ماتریکس همگن با پارامترهای الاستیک موثر است. روند گام به گام همگن‌سازی در روش خودسازگار در شکل ۳ نشان داده شده است. ماتریکس پیرامون فضای بیضوی شکل حاوی عارضه منفرد، تانسور سختی همگن‌سازی شده‌ای دارد. برای عارضه منفرد شرایط مرزی مشابه با مساله مرجع اولیه و از لحاظ فرمول‌بندی مشابه راه‌حل توزیع رقیق است با این تفاوت که مطابق شکل ۳ پارامترهای ماتریکس با پارامترهای موثر جایگزین می‌شود. کرنش میانگین عارضه و تانسورهای تاثیر برای ناهمگنی‌های بیضوی شکل مطابق با رابطه ۶ است [۱۳]:

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle_1 &= \mathbb{A}_{I(SCS)} : \langle \varepsilon \rangle \\ \mathbb{A}_{I(SCS)} &= \mathbb{A}_I^\infty (\mathbb{C}^s = \mathbb{C}^{hom}) = \\ & \left[\mathbb{I} + \mathbb{S} : (\mathbb{C}^{hom})^{-1} : (\mathbb{C}^s - \mathbb{C}^{hom}) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن:

$$\mathbb{I} : \text{ماتریس یکبه مرتبه } 3 \times 3$$

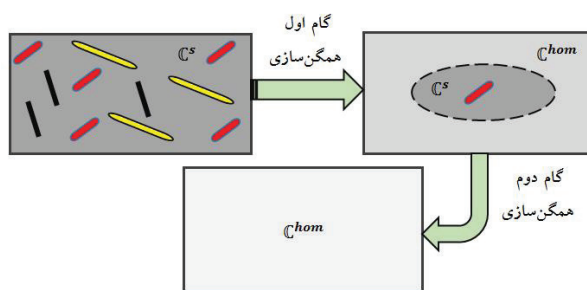
$$\mathbb{S} : \text{ماتریس اشلیبی است.}$$

۳- فاکتور شدت تنش ناشی از لغزش اصطکاکی

توزیعی یکنواخت از ریزعوارض بسته در محیط پیوسته، الاستیک خطی و همگن فرض می‌شود. برخی از این ریزعوارض

تحت بارگذاری فشاری دچار لغزش می‌شوند و سپس ریزترک‌های بال‌دار باز و صاف از قسمت نوک ریزعوارض جوانه می‌زنند. اندرکنش ریزترک‌ها موجب میدان تنش موثر متفاوت از شرایط ریزترک منفرد می‌شود. در این بخش اندرکنش ریزترک‌ها با استفاده از مفهوم میدان تنش موثر پیرامون ترک مطالعه شده است و فاکتور شدت تنش موثر مد (K_I^{eff}) ، در نوک ریزترک تعیین شده است. میدان تنش دور دست اعمالی تحت بارگذاری فشاری تک‌محوره به صورت رابطه ۷ است [۶]:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$



شکل ۳: روند گام به گام همگن‌سازی به روش خودسازگار

چنانچه در شکل ۴ نشان داده شده است نیروهای سطحی اعمالی بر فضای بیضوی شکل را می‌توان به دو مولفه اعمالی بر سطوح ریزترک اولیه به طول $2s$ و مولفه اعمالی بر سطوح ترک بال‌دار به طول l به صورت رابطه ۸ تجزیه کرد:

$$t = \begin{cases} \underline{t}_s \\ \underline{t}_w \end{cases} \quad (8)$$

که در آن:

\underline{t}_s : مولفه نیروی سطحی اعمالی بر سطوح ریزترک اولیه لغزشی بسته
 \underline{t}_w : مولفه نیروی سطحی اعمالی بر سطوح ترک بال‌دار [۶] است.

فاکتور شدت تنش مد I در نقاط نوک ترک بال‌دار را می‌توان با استفاده از اصل جمع آثار محاسبه کرد. برای حل مساله، فضای بیضوی شکل حاوی ریزترک در محیط درون‌گیر

$$\underline{t}^r = \begin{cases} \underline{t}_s^r \\ \underline{t}_w^r \end{cases} \quad (10)$$

که در آن:

\underline{t}_s^r نیروی سطحی اعمالی بر سطوح صفحات ریزترک لغزشی بسته

\underline{t}_w^r نیروی سطحی اعمالی بر سطوح صفحات ترک بالدار در زیرمساله اول

مولفه نیروی سطحی \underline{t}^{eff} متناظر با مولفه نیروی سطحی اعمالی بر سطوح صفحات ترک در زیرمساله دوم است. در زیرمساله دوم مطابق با شکل ۵-ب، سطوح ترک فقط تحت تاثیر مولفه نیروی سطحی قرار دارند که از زیرمساله اول استنتاج شده است. با اعمال اصل جمع آثار برای شرایط مرزی نیروهای سطحی حاکم بر دو زیرمساله معادله ۱۱ به دست می‌آید.

$$\underline{t} = \underline{t}^r + \underline{t}^{eff} \quad (11)$$

مطابق شکل ۶ هر یک از بردارهای نیروی سطحی \underline{t}_s^r و \underline{t}_w^r می‌توانند به مولفه‌های عمودی و موازی بر صفحات متناظر تجزیه شوند. از این‌رو، در محل ریزترک لغزشی با استفاده از معادلات تبدیل تنش رابطه ۱۲ به دست می‌آید.

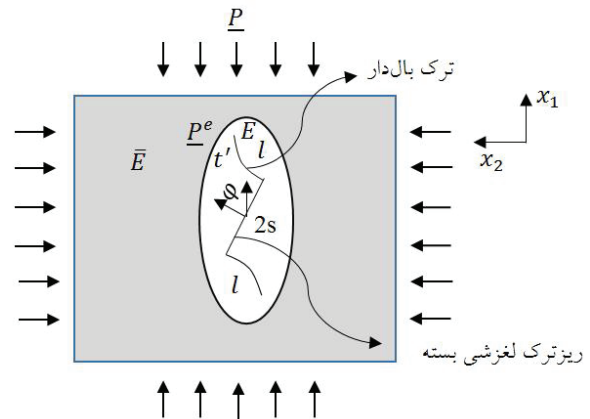
$$\underline{t}_s^r = \begin{cases} (t_s^r)^{\parallel} = -\frac{1}{2}(\sigma_{11}^e - \sigma_{22}^e) \sin 2\varphi \\ +\sigma_{12}^e \cos 2\varphi \\ (t_s^r)^{\perp} = \sigma_{11}^e \cos^2 \varphi + \sigma_{22}^e \sin^2 \varphi \\ +\sigma_{12}^e \sin 2\varphi \end{cases} \quad (12)$$

و در سطح ترک بالدار (رابطه ۱۳)

$$\underline{t}_w^r = \begin{cases} (t_w^r)^{\parallel} = \sigma_{12}^e \\ (t_w^r)^{\perp} = \sigma_{22}^e \end{cases} \quad (13)$$

که در آن بالانویس "□" و "⊥" به ترتیب نشانگر جهات موازی و عمود بر سطوح ریزترک‌اند.

معادل تحت بارگذاری فشاری یک‌محوری به دو زیرمساله مطابق شکل ۵ تجزیه می‌شود. در زیرمساله اول مطابق شکل ۵-الف فضای بیضوی متشکل از ماتریکس و ترک مجازی در داخل محیط درون‌گیر معادل قرارداد که تحت تاثیر میدان بارگذاری دوردست (\underline{P}) است.



شکل ۴: شکل شماتیک محیط درون‌گیر معادل، حاوی فضای بیضوی ترک‌دار تحت تنش فشاری تک محوری میدان دور دست (\underline{P}) [۶]

مطابق با تئوری اشلبی، تحت تنش دوردست، میزان تنش و کرنش داخل فضای بیضوی شکل احاطه شده با محیط همگن، مقدار یکنواختی دارد.

با استفاده از تانسور سختی ماده بکر (\mathbb{C}^s) و خراب شده یا همگن‌سازی شده (\mathbb{C}^{hom})، تانسور اشلبی و ابعاد فضای بیضوی شکل، میدان تنش موضعی همگن (\underline{P}^e) اعمالی بر فضای بیضوی شکل تعیین می‌شود (رابطه ۹).

$$\underline{P}^e = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^e \\ \sigma_{22}^e \\ \sigma_{12}^e \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن:

\underline{P}^e تنش‌های موضعی اعمالی بر فضای بیضوی شکل حاوی ریزترک تحت میدان تنش دوردست \underline{P} است.

در زیرمساله اول نیروهای اعمالی در سطح مجازی ریزترک اولیه و ترک‌های بالدار به دلیل اعمال میدان تنش موضعی \underline{P}^e در قالب رابطه ۱۰ قابل تجزیه است.

در زیرمساله دوم مطابق با شکل ۶-ب، نیروی سطحی تعیین می‌شود. \underline{t}^{eff} بر اساس اقتناع شرایط مرزی در رابطه ۹ تعیین می‌شود. نیروی سطحی موثر بر سطوح ریزترک‌ها که موجب تغییر شکل‌های غیرالاستیک می‌شود از رابطه ۱۵ تعیین می‌شود.

$$\underline{t}^{eff} = \begin{cases} \underline{t}_s^{eff} \\ \underline{t}_w^{eff} \end{cases} = \underline{t}' - \underline{t}^r \quad (15)$$

که در آن:

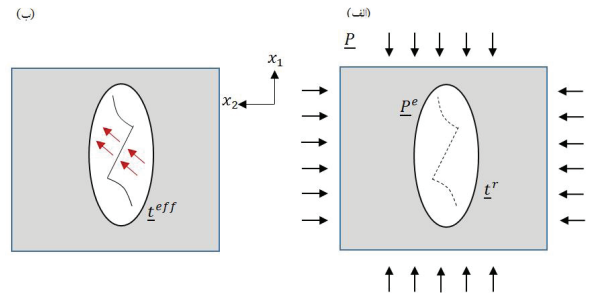
\underline{t}_s^{eff} نیروی سطحی موثر بر سطوح ریزترک و عامل لغزش اصطکاکی در زیرمساله دوم
 \underline{t}_w^{eff} نیروی سطحی موثر بر سطوح ترک بال‌دار و عامل بازشدگی در زیرمساله دوم
 با استفاده از روابط ۱۲ و ۱۴ برای سطوح ترک لغزشی رابطه ۱۶ به دست می‌آید.

$$\underline{t}_s^{eff} = \begin{cases} (\underline{t}_s^{eff})^{\parallel} = (\underline{t}_s')^{\parallel} - (\underline{t}_s^r)^{\parallel} \\ = \tau_c - \mu(\underline{t}_s')^{\perp} - (\underline{t}_s^r)^{\parallel} = \tau_s^{eff} \\ (\underline{t}_s^{eff})^{\perp} = (\underline{t}_s')^{\perp} - (\underline{t}_s^r)^{\perp} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

با استفاده از رابطه ۱۳ برای سطوح ترک بال و فرض آن که $\underline{t}_w' = 0$ به دلیل باز بودن ترک‌های بال رابطه ۱۷ حاصل می‌شود.

$$\underline{t}_w^{eff} = \begin{cases} (\underline{t}_w^{eff})^{\parallel} = -(\underline{t}_w^r)^{\parallel} \\ (\underline{t}_w^{eff})^{\perp} = -(\underline{t}_w^r)^{\perp} \end{cases} \quad (17)$$

نحوه تجزیه نیروی سطحی \underline{t}^{eff} در راستای نرمال و موازی بر سطح ریزترک در شکل ۷ نشان داده شده است [۶]. فاکتور شدت تنش K_I در نوک ترک بال‌دار ناشی از نیروی برشی در سطوح ریزترک اولیه $(K_I)_1$ و نیروهای کششی در سطوح ترک بال‌دار $(K_I)_2$ است. فاکتور شدت تنش $(K_I)_1$ در نوک ریزترک به دلیل پدیده گوه‌ای شدن ناشی از لغزش سطوح ریزترک اولیه تحت تاثیر زوج نیروی $F = -2s(\underline{t}_s^{eff})^{\perp}$ ایجاد می‌شود. جزو دوم فاکتور شدت تنش $(K_I)_2$ به دلیل تاثیر میدان تنش همگن موضعی در مرز فضای بیضوی شکل (\underline{P}^e) بر سطوح ترک بال‌دار ایجاد می‌شود.



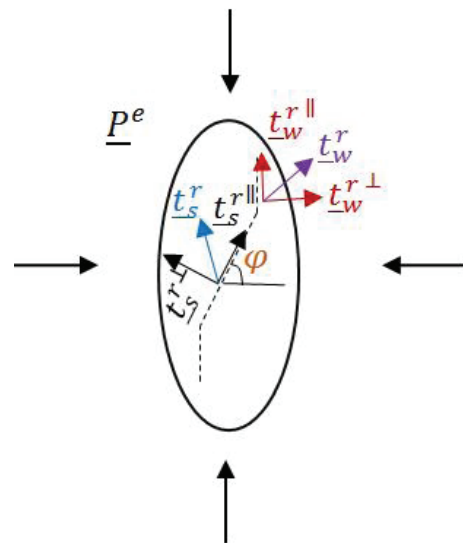
شکل ۵: تجزیه محیط درون گیر معادل به دو زیرمساله با استفاده از روش جمع آثار. الف) فضای حفری بیضوی متشکل از ماتریکس و ترک مجازی، ب) سطوح ترک همراه با مولفه نیروی موثر [۶]

مولفه نرمال نیروی سطحی \underline{t} اعمالی بر سطوح ریزترک اولیه تنها ناشی از زیرمساله اولیه و برابر با $(\underline{t}_s^r)^{\perp}$ است. اگر معیار لغزش اصطکاکی بر سطوح ریزترک بسته از نوع موهر-کولمب باشد، نیروی سطحی \underline{t}_s اعمالی بر سطوح ریزترک اولیه لغزشی به صورت رابطه ۱۴ نوشته می‌شود.

$$\underline{t}_s = \begin{cases} (\underline{t}_s)^{\parallel} = \tau_c - \mu(\underline{t}_s^r)^{\perp} \\ (\underline{t}_s)^{\perp} = (\underline{t}_s^r)^{\perp} \end{cases} \quad (14)$$

که در آن:

μ ضریب اصطکاک خشک برای ترک‌های بسته
 τ_c چسبندگی

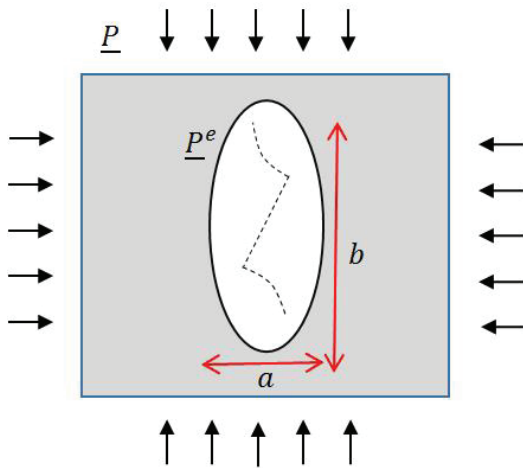


شکل ۶: مولفه‌های نیروی سطحی t^r روی ترک مجازی لغزشی بسته و ترک بال‌دار در زیرمساله اول [۶]

$$\begin{aligned} \tau^{eff} &= \tau_c - \mu(\sigma_{11}^e \cos^2 \varphi + \sigma_{22}^e \sin^2 \varphi \\ &+ \sigma_{12}^e \sin 2\varphi) \\ &+ \frac{1}{2}(\sigma_{11}^e - \sigma_{22}^e) \sin 2\varphi - \sigma_{12}^e \cos 2\varphi \end{aligned} \quad (20)$$

۳-۱- تعیین تانسور تنش همگن (\underline{P}^e)

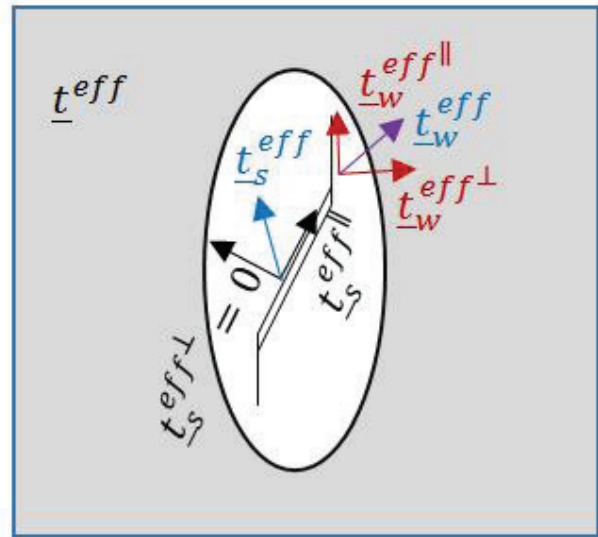
یکی از چالش‌ها در تعیین فاکتور شدت تنش محاسبه تانسور تنش همگن اعمالی به مرز فضای بیضوی شکل حاوی ریزترک است. چنانچه در بخش قبل اشاره شد، پارامترهای مختلفی در محاسبه عناصر تانسور تنش همگن (\underline{P}^e) از جمله وضعیت تانسور تنش اعمالی بر محیط درون‌گیر (\underline{P})، ابعاد فضای بیضوی شکل (نسبت ابعاد)، زاویه ریزترک اصلی نسبت به افق و ماتریس اشلیبی اشاره کرد. مطابق شکل ۹ ریزترک اولیه داخل فضای بیضوی شکل با ابعاد a در راستای قطر اصلی بیضوی و b در راستای قطر فرعی بیضوی درون محیط درون‌گیر فرض شده است. نسبت (a/b) به عنوان نسبت ابعاد بیضوی تعریف می‌شود. در فرمول‌بندی‌ها از نسبت ابعاد برای تعریف تانسور اشلیبی استفاده می‌شود [۱۱].



شکل ۸: نمایش نسبت ابعادی برای فضای بیضوی شکل [۱۱]

تانسور اشلیبی (S) برای فضای بیضوی شکل حاوی ریزترک طبق رابطه ۲۱ است [۱۱].

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (21)$$



شکل ۷: مولفه‌های نیروی سطحی t_s^{eff} روی ترک لغزشی بسته و ترک بال‌دار [۶]

بنابراین فاکتور شدت تنش کل برای مد شکست $I(K_I)$ در قالب رابطه ۱۸ محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} K_I &= (K_I)_1 + (K_I)_2 \\ &= \frac{-2s(t_s^{eff})^{\parallel} \cos \varphi}{\sqrt{\pi(l+l^*)}} - (t_w^{eff})^{\perp} \sqrt{\pi l} \end{aligned} \quad (18)$$

مقدار $l^* = 0.27s$ به دلیل جلوگیری از سینگولاریته^۱ جمله اول $(K_I)_1$ به ازای ($l=0$) در نظر گرفته شده است. فاتحی مرجی و همکاران با به کارگیری روش المان مرزی غیرمستقیم ناپیوستگی در جابه‌جایی و استفاده از المان خاص نوک ترک در نوک هر یک از ترک‌ها برای افزایش میزان دقت جابه‌جایی گسسته در نزدیکی انتهای ترک در جریان سینگولاریته استفاده کرده‌اند. [۱۶، ۱۷]: از رابطه‌های ۱۲ تا ۱۷ فاکتور شدت تنش به صورت رابطه ۱۹ با استفاده از عناصر ماتریس تنش همگن موضعی (\underline{P}^e) محاسبه می‌شود [۶].

$$K_I = \frac{-2s\tau^{eff} \cos \varphi}{\sqrt{\pi(l+l^*)}} - \sigma_{22}^e \sqrt{\pi l} \quad (19)$$

که تنش برشی موثر (τ^{eff}) از رابطه ۲۰ به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \underline{P}^e &= [\mathbb{B}]P \\ [\mathbb{B}] &= \{[\mathbb{I}] + [\mathbf{C}^t][\mathbf{C}^s]^{-1}\}^{-1} \quad (24) \\ &= \{[\mathbb{I}] + [\mathbf{C}^t][\mathbf{C}^{\text{hom}}]^{-1}\} \end{aligned}$$

که در آن:
 $[\mathbb{I}]$ ماتریس واحد 3×3
 $[\mathbf{C}^s]$ ماتریس سختی ماده خراب نشده (بکر) داخل فضای بیضوی شکل
 $[\mathbf{C}^{\text{hom}}]$ ماتریس سختی معادل برای ماده خراب شده که طبق رابطه‌های ۲۵ و ۲۶ محاسبه می‌شود [۱۱].

$$[\mathbf{C}^s] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[\mathbf{C}^{\text{hom}}] = \frac{E \left(1 - \frac{\pi^2}{30} (1+\nu)(5-4\nu)\Omega \right)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix}$$

ماتریس $[\mathbf{C}^t]$ نیز به صورت ترکیبی از ماتریس‌های تعریف شده در بالا به صورت رابطه ۲۷ بیان می‌شود [۱۱].

$$[\mathbf{C}^t] = [\mathbf{C}^s][\mathbf{S}]^{-1}([\mathbb{I}] - [\mathbf{S}]) \quad (27)$$

۴- تعیین پارامتر خرابی

برای کاربرد روش همگن‌سازی خودسازگار فرض می‌شود که ریزترک منفرد داخل فضای بیضوی شکل با ماتریکس جامد که در برگیرنده توزیعی پراکنده از ریزترک‌ها است، احاطه شده است. پارامترهای مکانیکی معادل (کاهش‌یافته) ماتریکس جامد بعد از همگن‌سازی برابر با $\bar{E} = E.f(\nu)$ و $\bar{G} = G.g(\nu)$ است که در آن توابع $f(\nu)$ و $g(\nu)$ به صورت رابطه‌های ۲۸ و ۲۹ تعریف می‌شود [۶].

مولفه‌های تانسور اشلبی در قالب رابطه ۲۲ تعیین می‌شوند [۱۰]:

$$\begin{aligned} s_{11} &= \frac{2-\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{a}{b}\right)^2 (I_2 - I_3) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b}\right)^4 (I_1 - 2I_2 + I_3) \\ s_{12} = s_{13} &= \frac{1-2\nu}{4(1-\nu)} \left(\frac{a}{b}\right)^2 (I_2 - I_3) \\ &+ \frac{\nu}{2(1-\nu)} \left(\frac{a}{b}\right)^4 (I_1 - 2I_2 + I_3) \quad (22) \end{aligned}$$

$$s_{31} = s_{21} = \frac{\nu}{4(1-\nu)} I_3$$

$$+ \frac{1}{4} \left(\frac{a}{b}\right)^2 (I_2 - I_3)$$

$$s_{22} = s_{33} = \frac{5-4\nu}{16(1-\nu)} I_3$$

$$+ \frac{2-\nu}{4(1-\nu)} \left(\frac{a}{b}\right)^2 (I_2 - I_3)$$

$$s_{23} = s_{32} = \frac{4\nu-1}{16(1-\nu)} I_3$$

$$+ \frac{\nu}{4(1-\nu)} \left(\frac{a}{b}\right)^2 (I_2 - I_3)$$

در این روابط:

ν : نسبت پواسون ماده بکر

I_i : با استفاده از انتگرال عددی مطابق با رابطه ۲۳ تعیین

می‌شوند:

$$I_i = \int_0^\pi \frac{\sin^{2i-1}(\theta) d\theta}{\sin^2(\theta) + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cos^2(\theta)} \quad (23)$$

نسبت ابعاد مقداری بزرگتر یا مساوی دو ($a/b \geq 2$) دارد. برای برقراری ارتباط بین تانسور تنش اعمالی بر محیط درون‌گیر (\underline{P}) و تانسور تنش همگن اعمالی بر مرز فضای بیضوی شکل حاوی ریزترک ریزترک (\underline{P}^e) از رابطه ۲۴ استفاده می‌شود [۱۱]:

فاکتور شدت تنش دینامیکی (K_{ID}) به صورت حاصل ضرب تابع سرعت رشد نوک ترک بال دار ($k(l)$) در فاکتور شدت تنش استاتیکی محاسبه می شود [۶].

$$K_{ID} = k(\dot{l})K_I \quad (۳۳)$$

تابع ($k(l)$) تابع عمومی از سرعت رشد ترک بال دار است که اثرات اینرسی بر رشد ریزترک را لحاظ می کند. مطابق با فرند، تابع سرعت رشد ترک به صورت رابطه ۳۴ بیان می شود.

$$K_{ID} = k(\dot{l})K_I \quad (۳۴)$$

با فرض یکسان بودن میزان فاکتور شدت تنش دینامیکی و استاتیکی ($K_{ID} = K_{IC}$)، سرعت رشد ترک بال دار به صورت رابطه ۳۵ محاسبه می شود.

$$k(\dot{l}) = \left(1 - \frac{\dot{l}}{c_R}\right) \left(1 - \frac{\dot{l}}{c_R}\right)^{-1} = \frac{2(c_R - \dot{l})}{2c_R - \dot{l}} \quad (۳۵)$$

که در آن:

$$c_{\max} \text{ بیشترین سرعت رشد ترک بال دار}$$

$$c_R \text{ سرعت موج رابلی}$$

α و γ پارامترهای برازشی که با استفاده از انجام آزمایش روی نمونه تعیین می شوند [۱، ۶، ۱۱].

۵- الگوریتم اجرایی مدل رفتاری توسعه داده شده

الگوریتم کدنویسی شده برای مدل خرابی ریزمکانیکی، ابتدا رفتار الاستیک خطی به ازای فاکتور شدت تنش کم و سپس رفتار غیرخطی (خرابی) به ازای تمرکز تنش شدید در نوک ریزترک و فاکتور شدت تنش بالاتر در مقایسه با مقاومت ذاتی ماده (چغرمگی) پیش بینی می کند. روند اجرای محاسبات عددی برای یک مرحله از حلقه تکرار مطابق با الگوریتم شکل ۹ است. با فرض مرحله ($n+1$) تمامی روابط یاد شده در رابطه با تعیین تنش های همگن، فاکتور شدت تنش، نرخ سرعت رشد ترک بال دار و فاکتور شدت تنش دینامیکی برای هر مرحله به صورت تکراری محاسبه می شوند. الگوریتم تا زمانی تکرار می شود که میزان پارامتر خرابی به مقدار پارامتر خرابی بحرانی که به صورت پیش فرض مقدار معلومی دارد، برسد.

$$f(v) = \left(1 - \frac{\pi^2}{30}(1+v)(5-4v)\Omega\right) \quad (۲۸)$$

$$g(v) = \left(1 - \frac{\pi^2}{60}(10-7v)\Omega\right) \quad (۲۹)$$

که در این رابطه ها:

E مدول یانگ ماده بکر

G مدول برشی ماده بکر

Ω میزان خرابی تجمع یافته در ماتریکس همگن سازی شده است که با توجه به میزان بارگذاری اعمالی خارجی افزایش می یابد. خرابی در سنگ زمانی رخ می دهد که میزان فاکتور شدت تنش (SIF) در نوک ریزترک از چغرمگی شکست ماده در مد I (K_{IC}) فراتر رود. خرابی در سنگ با جوانه زنی ترک بال دار از نوک ریزترک های اولیه موجود بروز می کند، بنابراین پارامتر خرابی به طول ریزترک اولیه ($2s$)، جهت ریزترک اولیه (φ)، دانسیته ریزترک در واحد سطح (η) و طول ترک بال دار (l) بستگی دارد. از آنجایی که توزیع ریزترک ها در ماده از نظر اندازه و جهت متفاوت است، بنابراین برای بیان توزیع اندازه و جهت آن ها می توان از توابع آماری استفاده کرد. در این صورت پارامتر خرابی از رابطه ۳۰ محاسبه می شود [۶].

$$\Omega = \int \eta l^2 g(s) f(\varphi) ds d\varphi \quad (۳۰)$$

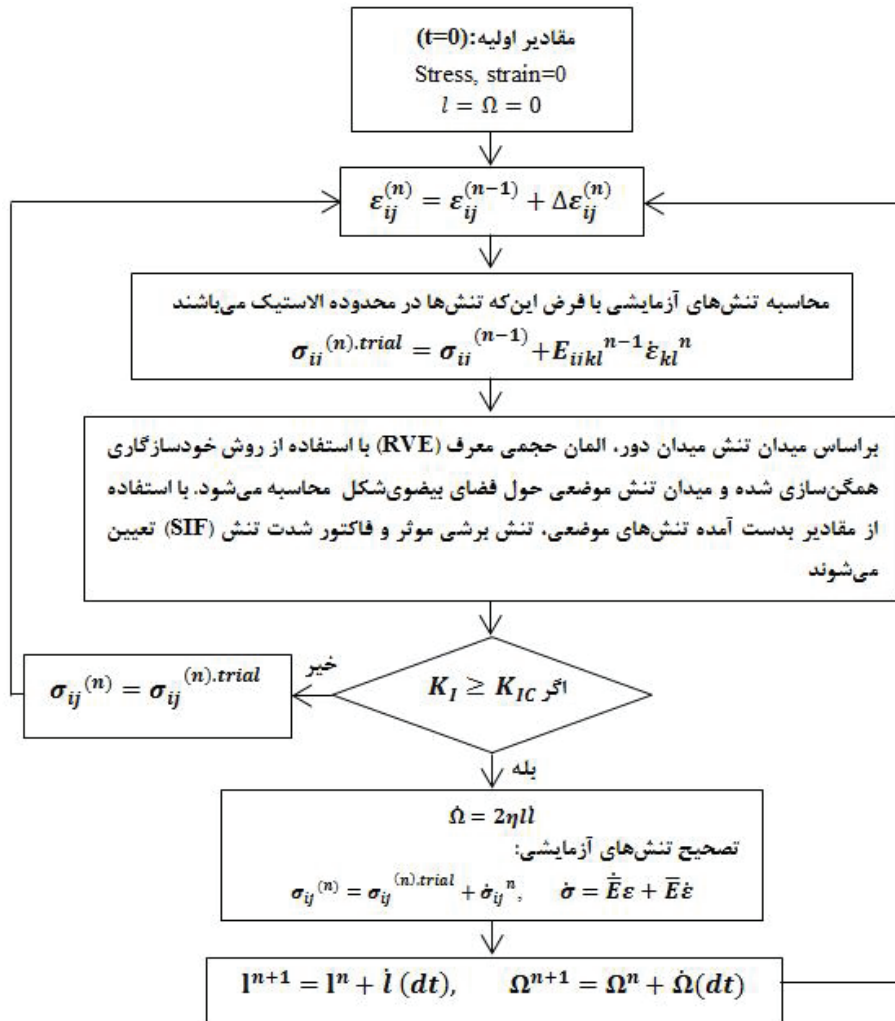
چنانچه طول و جهت فضایی ریزترک ها توزیع یکنواختی داشته باشد، پارامتر خرابی از رابطه ۳۰ به رابطه ۳۱ ساده می شود.

$$\Omega = \eta l^2 \quad (۳۱)$$

بر این اساس تغییرات پارامتر خرابی به صورت رابطه ۳۲ بیان می شود.

$$\dot{\Omega} = 2\eta l \dot{l} \quad (۳۲)$$

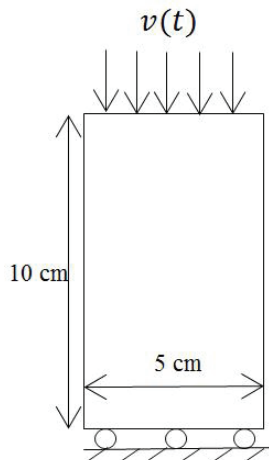
فاکتور شدت تنش محاسبه شده از معادله ۱۸، فاکتور شدت تنش استاتیکی است. برای مطالعه رشد ریزترک ها تحت بارگذاری دینامیکی باید از فاکتور شدت تنش دینامیکی استفاده کرد. فاکتور شدت تنش دینامیکی در وضعیت دوبعدی توسط فرند^۵ مطالعه شده است. تحت بارگذاری دینامیکی، ترک بال دار با سرعت غیریکنواخت رشد می کند. مطابق با فرند



شکل ۹: الگوریتم اجرایی مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده

۶- شبیه سازی عددی و تحلیل نتایج

مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده برای حل مسایل عددی به عنوان یک مدل رفتاری جدید در محیط فیش نرم افزار تفاضل محدود FLAC کدنویسی و آزمایش فشاری دینامیکی تک محوری برای یک نمونه سنگ شکننده به صورت عددی شبیه سازی شده است. برای مطالعه کارایی مدل خرابی توسعه داده شده، تلاش شده تا شرایط شبیه سازی تا حد امکان به شرایط واقعی نزدیک باشد. برای بررسی رفتار مواد شکننده تحت بارگذاری دینامیکی، مدل خرابی توسعه داده شده برای نمونه ای با ابعاد و شرایط مرزی مطابق شکل ۱۰ تحت بار فشاری یک محوری در محیط نرم افزار عددی تفاضل محدود FLAC به کار گرفته شده است.



شکل ۱۰: ابعاد و شرایط مرزی حاکم بر نمونه شبیه سازی تحت بارگذاری فشاری به صورت تک محوره [۱۸]

جدول ۱: پارامترهای ورودی مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده [۷]

واحد	مقدار	پارامتر ورودی
GPa	18	E
-	0.2	ν
Kg / m^3	2100	ρ
$MPa\sqrt{m}$	0.8	K_{IC}
KPa	0	τ_c
m^{-2}	10^5	η
μm	50	$2s_0$
-	(1,1)	(α, γ)
-	0.3	μ
degree	50.7	φ

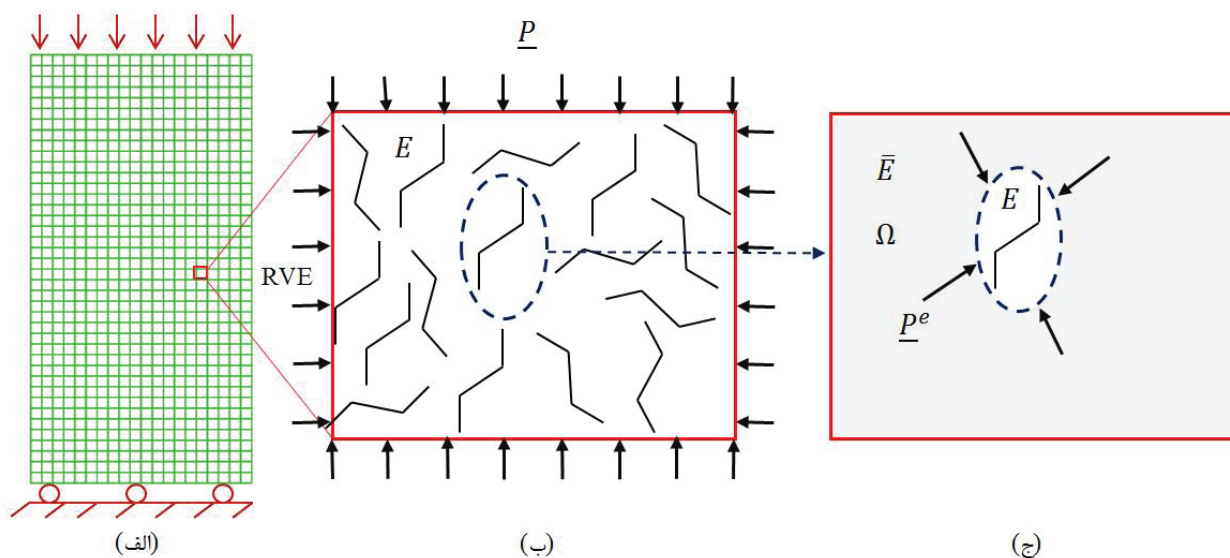
در این مطالعه فرض بر این شده است که همه ریزترک‌ها از نظر اندازه و جهت دارای توزیعی یکنواخت‌اند.

هدف اصلی از تحلیل‌های انجام شده در این بخش نشان‌دادن توانایی مدل خرابی توسعه داده شده در اثبات وابستگی مقاومت نمونه شبیه‌سازی شده به نرخ بارگذاری است. برای ارزیابی رفتار کلی نمونه، میانگین متغیرهای تنش و جابه‌جایی عمودی در مرز بالایی نمونه در تحلیل نتایج استفاده شده است. نمودار تنش- کرنش نمونه تحت بارگذاری فشاری تک محوری به

میزان جابه‌جایی از قسمت کف نمونه شبیه‌سازی شده در راستای قائم و افقی محدود شده است. مرزهای جانبی نمونه هیچ محدودیتی ندارند و کاملاً آزاد هستند. میزان بار دینامیکی از قسمت بالای مدل و به صورت سرعت در واحد زمان در راستای عمودی به نمونه اعمال می‌شود. با توجه به شبیه‌سازی دینامیکی و وابستگی شدید رفتار نمونه شبیه‌سازی شده به مش‌بندی، تعداد مش‌ها در راستای محور (x_1) و (x_2) به ترتیب ۲۰۰ و ۱۰۰ انتخاب شده است.

چنان‌چه بیان شد، برای مطالعه رفتار و تعیین منحنی تنش کرنش تحت بارگذاری دینامیکی فشاری، کوچکترین جزو نمونه (یک المان) به عنوان المان حجمی معرف انتخاب شده و فرآیند همگن‌سازی بر آن اعمال می‌شود. فرآیند انتخاب (RVE)، همگن‌سازی به روش (SCS) و عملکرد تنش‌های همگن موضعی بر روی ریزترک اولیه محاط در فضای بیضوی شکل به صورت شماتیک در شکل ۱۱ نشان داده شده است. اندرکنش قوی بین رشد ریزترک (خرابی) و جوانه‌زنی ترک بال‌دار منجر به بروز رفتار غیرخطی در هر یک از مراحل اجرا شده به وسیله الگوریتم مدل خرابی می‌شود.

پارامترهای ورودی در مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده برای ماده شکننده و توزیع فضایی ریزترک‌ها مطابق با جدول ۱ است [۶].

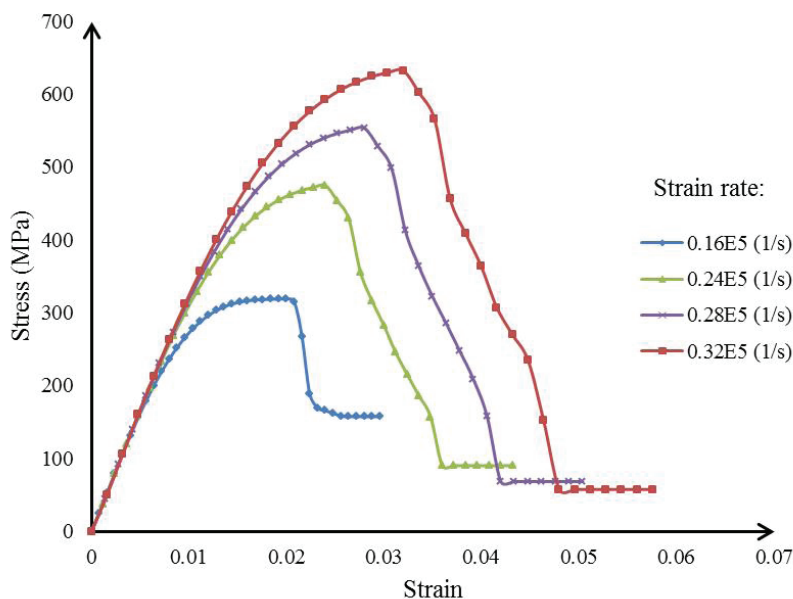


شکل ۱۱: همگن‌سازی به روش خودسازگار، الف) مدل هندسی با شرایط مرزی حاکم، ب) المان حجمی معرف تحت بار P ، ج) ماتریکس همگن‌شده و ایجاد میدان تنش همگن P^e در مرز فضای بیضوی شکل

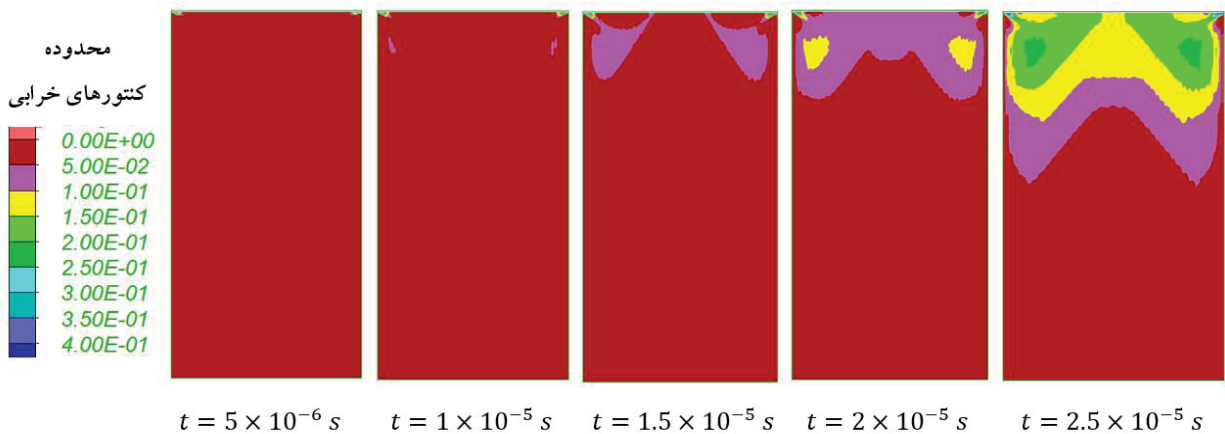
همان طور که از شکل ۱۲ مشهود است، به ازای نرخ‌های بالای کرنش نمونه شبیه‌سازی شده تحت بار اعمالی بعد از مقاومت حداکثری کرنش‌های بیشتری را تا رسیدن به مقاومت باقی مانده تحمل می‌کند. یکی از ویژگی‌های مهم مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در این مطالعه بررسی رفتار نمونه شبیه‌سازی شده در مرحله بعد از مقاومت نهایی (مقاومت باقی مانده) است. با تعریف یک مقدار از پیش تعریف شده تحت عنوان پارامتر خرابی بحرانی در الگوریتم، پیش‌بینی دو رفتار یاد شده را می‌توان به مدل توسعه داده شده تعمیم داد. به عبارت دیگر زمانی که خرابی تجمع یافته در ماده به مقدار پارامتر خرابی بحرانی می‌رسد، مدل توسعه داده شده ریزمکانیکی مقاومت باقیمانده ماده را در قالب منحنی تنش-کرنش منعکس می‌کند. یکی دیگر از ویژگی‌های مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در مطالعه پیش‌رو رفتارنگاری فرآیند رشد خرابی در طول نمونه در طول مدت اعمال بار به نمونه است. در شبیه‌سازی‌های عددی برای شرایط بارگذاری دینامیکی، پارامتر زمان به صورت یک متغیر واقعی است. از این‌رو فرآیند رشد خرابی را می‌توان با گذشت زمان در طول نمونه رفتارنگاری کرد. برای مطالعه رشد خرابی در جریان بارگذاری دینامیکی، کنتورهای پارامتر خرابی در بازه‌های

ازای نرخ‌های مختلف بارگذاری (نرخ کرنش $(\dot{\epsilon})$) در شکل ۱۲ نشان داده شده است. منحنی‌های تنش-کرنش نشان داده شده تاثیر نرخ کرنش اعمالی روی مقاومت نهایی نمونه را به وضوح نشان می‌دهد. مقاومت نهایی نمونه به شدت متاثر از نرخ بارگذاری است. مطابق با شکل ۱۲، منحنی‌های تنش-کرنش به ازای نرخ کرنش‌های بالا مقاومت حداکثری بالاتری نسبت به نرخ کرنش‌های پایین از خود نشان می‌دهند.

به ازای نرخ کرنش‌های بالا، سرعت رشد ریز ترک تحت تاثیر نرخ بالای بارگذاری قرار می‌گیرد و به همین جهت ماده شبیه‌سازی شده قبل از رسیدن به مقاومت نهایی خود میزان تنش بیشتری را تحمل می‌کند و ظرفیت باربرداری آن افزایش می‌یابد. در واقع مقاومت وابسته به نرخ کرنش تحت تاثیر نرخ رشد خرابی است. با کاهش نرخ کرنش، فرآیند نرم‌شوندگی در مرحله بعد از مقاومت اوج و رشد خرابی با سرعت بیشتری رخ می‌دهد. علاوه بر این، وابستگی به نرخ کرنش در نمودارهای تنش-کرنش تحت بارگذاری دینامیکی به وضوح قابل رویت است و میزان مقاومت نمونه تحت بارگذاری دینامیکی در مقایسه با بارگذاری استاتیکی تفاوت چشم‌گیری دارد. با افزایش نرخ بارگذاری رفتار ماده بعد از مقاومت حداکثری نیز تحت تاثیر قرار می‌گیرد.



شکل ۱۲: منحنی تنش-کرنش برای نمونه شبیه‌سازی شده به ازای نرخ کرنش‌های $\dot{\epsilon} = (0.16, 0.24, 0.28, 0.32)e5 (1/s)$



شکل ۱۳: رشد خرابی در ماده به تناسب افزایش زمان اعمال بارگذاری دینامیکی به نمونه

همگن‌سازی به دست می‌دهد. الگوریتم کدنویسی شده برای یک نمونه با خصوصیات مواد شکننده تحت بارگذاری فشاری تک‌محوره و به ازای نرخ کرنش‌های متفاوت اجرا شده است. الگوریتم مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در محیط نرم‌افزار تجاری اجزا مجزا (FLAC) و به ازای نرخ‌های کرنش $\epsilon = (0.16, 0.24, 0.28, 0.32) \times 10^5 (1/s)$ کدنویسی شده است. نتایج شبیه‌سازی عددی را می‌توان به‌طور خلاصه و به صورت زیر بیان کرد:

- مدل خرابی توسعه داده شده رفتار ماده را در قالب منحنی تنش-کرنش تحت بارگذاری دینامیکی به‌طور کامل پیش‌بینی می‌کند. روند منحنی تنش-کرنش به ازای نرخ‌های مختلف کرنش حاکی از آن است که مقاومت حداکثر ماده وابستگی شدیدی به نرخ کرنش اعمالی دارد. با افزایش نرخ کرنش مقاومت فشاری تک‌محوره ماده به‌طور چشم‌گیری افزایش پیدا می‌کند.
- با افزایش نرخ بارگذاری، ریزترک‌ها فرصت کافی برای رشد پیدا نمی‌کنند، بنابراین مدت زمان بیشتری طول می‌کشد تا ماده به مقاومت حداکثر خود برسد. در ضمن بعد از گذر از مقاومت حداکثر تجمع خرابی در ماده تحت بار اعمالی در مدت زمان بیشتری صورت می‌گیرد و مقاومت باقی‌مانده ماده تحت تاثیر قرار می‌گیرد.
- به ازای نرخ کرنش بالا، رشد ترک تحت تاثیر نرخ بالای بارگذاری قرار می‌گیرد، بنابراین ماده قابلیت تحمل بیشتری از تنش را تا رسیدن به نقطه تنش نهایی (مقاومت فشاری

زمانی منظم رسم شده است. کنتورهای خرابی نشان داده شده در شکل ۱۳ به ازای نرخ کرنش $0.28e5 1/s$ و بازای زمان‌های $t = 5\mu s$ تا $t = 25\mu s$ با بازه‌های زمانی $5\mu s$ است. مطابق با شکل ۱۳ با افزایش زمان اعمال بارگذاری دینامیکی به نمونه پارامتر خرابی در نمونه افزایش می‌یابد و قسمت بیشتری از نمونه را تحت تاثیر قرار می‌دهد.

۷- نتیجه‌گیری

مدل خرابی ریزمکانیکی تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری دینامیکی برای لحاظ لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک و جوانه‌زنی ترک بال‌دار از نوک ریزترک اولیه توسعه داده شده است. در الگوریتم مدل رفتاری پیشنهادی فرض شده که توزیع ریزترک‌های اولیه در ماده از نظر اندازه و جهت به صورت یکنواخت است. لغزش اصطکاکی ریزترک‌ها در جریان بارگذاری دینامیکی منجر به تمرکز تنش در نوک ریزترک‌های اولیه می‌شود. با افزایش تمرکز تنش در نوک ریزترک‌ها، فاکتور شدت تنش در نوک ریزترک‌ها از مقاومت ذاتی ماده (چغرمگی) بیشتر می‌شود که این امر منجر به جوانه‌زنی ترک‌های بال‌دار از دو سر ریزترک اولیه می‌شوند.

در مدل رفتاری توسعه داده شده از الگوی همگن‌سازی خودسازگاری برای لحاظ اندرکنش بین ریزترک‌ها در ماتریکس ماده استفاده شده است. روش همگن‌سازی یاد شده تقریب بهتری از میدان تنش موثر بر فضای بیضوی شکل ناشی از بارگذاری در میدان دور را در مقایسه با سایر روش‌های

Physics of Solids, 78: 269-297.

- [11] Katcoff, C., and Graham-Brady, L. (2014). "Modeling dynamic brittle behavior of materials with circular flaws or pores". International Journal of Solids and Structures, 51: 754-766.
- [12] Marji, M. F., Hosseini-Nasab, H., and Kohsary, A. H. (2007). "A new cubic element formulation of the displacement discontinuity method using three special crack tip elements for crack analysis". Journal of Solids and Structures, 1: 61-91.
- [13] Gross, D., and Seeling, T. (2011). "Fracture mechanics with an introduction to micromechanics". Springer, Springer Heidelberg Dordrecht London.
- [۱۴] ملاداودی، ح؛ ۱۳۹۴؛ "مدلسازی خرابی ریزمکانیکی در محیط نرم‌افزار UDEC برای تحلیل رفتار سنگ‌های تحت ریزترک‌های باز". نشریه علمی پژوهشی مهندسی معدن، دوره دهم، شماره ۲۸، صفحه ۸۱-۶۷.
- [15] Zhu, Q. Z., Kondo, D., and Shao, J. F. (2008). "Micromechanical analysis of coupling between anisotropic damage and friction in quasi brittle materials: Role of the homogenization scheme". International Journal of Solids and Structures, 45: 1358-1405.
- [16] Hosseini-Nasab, H., and Marji, M. F. (2007). "A semi-infinite higher-order displacement discontinuity method and its application to the quasistatic analysis of radial cracks produced by blasting". Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2: 439-458.
- [17] Abdollahipour, A., Marji, M. F., YarahmadiBafghi, A., and Gholamnejad, J. (2015). "Simulating the propagation of hydraulic fractures from a circular well bore using the displacement discontinuity method". International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 80: 281-291.
- [18] Andrew, L., Tnoge, L., and Ramesh, K. T. (2015). "multi-scale defect interaction in high-rate failure of brittle materials, part II: Application to design of protection materials". Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 58: 692-701.

تک‌محوره) و مقاومت باقی‌مانده از خود نشان می‌دهد.

- در این مطالعه رشد خرابی در ماده نسبت به مدت زمان اعمال بار دینامیکی به نمونه رفتارنگاری شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش زمان اعمال بارگذاری به نمونه، ناحیه بیشتری از نمونه تحت تاثیر خرابی قرار می‌گیرد.

۸- مراجع

- [1] Horri, H., and Nemat-Nasser, S. (1986). "Brittle failure in compression : splitting, faulting and brittle ductile transition". Mathematical & Physical Science, 319: 337-374.
- [2] Deng, H., and Nemat-Nasser, S. (1992). "Dynamic damage evolution in brittle solids". Mechanics of Materials, 14: 83-103.
- [3] Yang, R., Bawdens, W. F., and Katsabaniss, P. D. (1996). "A new constitutive model of blast damage". International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics, 33: 245-254.
- [4] Zhang, Y., Yong, L., and Guowei, M. (2006). "Investigation of dynamic response of brittle materials under high-rate loading". Mechanics Research Communications, 33: 359-369.
- [5] Chengqing, W., Yong, L., and Hong, H. (2004). "Numerical prediction of blast-induced stress wave from large-scale underground explosion". International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 28: 93-109.
- [6] Paliwal, B., and Ramesh, K. T. (2008). "An interacting micro-crack damage model for failure of brittle materials under compression". Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 56: 896-923.
- [7] Junwei, L. (2015). "Micro-mechanical Modeling of Brittle Materials under Dynamic Compressive Loading". PhD Thesis, The Johns Hopkins University.
- [8] Qi, M., Shao, J. F., Giraud, A., Zhu, Q. Z., and Colliat, J. B. (2016). "Damage and plastic friction in initially anisotropic quasi brittle materials". International Journal of Plasticity, 82: 260-282.
- [9] Zhou, X. P., and Yang, H. Q. (2007). "Micromechanical modeling of dynamic compressive responses of mesoscopic heterogenous brittle rock". Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 48: 1-20.
- [10] Hu, G., Liu, L., Graham-Brady, L., and Ramesh, K. T. (2014). "A 3d mechanistic constitutive model for brittle materials containing evolving flaw distributions under dynamic multiaxial loading". Journal of Mechanics and

^۱ Stress intensity factor

^۲ Nemat-Nasser and Horri

^۳ Dilute

^۴ paliwal and Ramesh

^۵ Self-consistent-scheme

^۶ Representative volume element

^۷ Muri-Tanaka

^۸ Singularity

^۹ Freund