

DOI: 10.30479/jmre.2019.1587

ارایه مدل ریاضی برای بهینه‌سازی محدوده نهایی معادن روباز همزمان با تعیین ترتیب استخراج بلوک‌ها

میثم سالکی^۱، رضا کاکایی^۲، محمد عطایی^{*۲}

۱- دانشجوی دکترا، مهندسی استخراج معدن، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود
۲- استاد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

(دریافت ۱۳۹۷/۰۴/۰۳، پذیرش ۱۳۹۷/۰۹/۱۹)

چکیده

تعیین محدوده بهینه معادن روباز یکی از مهم‌ترین بخش‌های طراحی در این معادن است. در روش‌های فعلی، محدوده نهایی را با تعیین مرزی که در آن مجموع سود تنزیل نشده بلوک‌ها بیشترین مقدار است، تعیین می‌کنند. با این وجود بهتر است که طراحی محدوده نهایی با حداکثرسازی ارزش خالص فعلی انجام گیرد. بر این اساس، در این مقاله مدل ریاضی صفر و یکی و غیرخطی این مساله و پیشنهادهایی برای خطی‌سازی آن ارائه شده است. همچنین با استفاده از مفاهیم زودترین و دیرترین زمان ممکن برای استخراج یک بلوک، پیشنهادهایی برای بهینه‌سازی اندازه بازه جستجوی زمان استخراج بلوک‌ها و کاهش تعداد متغیرهای تصمیم در این مدل ریاضی ارائه شده است. در ادامه با استفاده از مفاهیم مخروط معکوس، وزن مکانی و نیز زودترین زمان استخراج یک بلوک ماده معدنی، دو الگوریتم ابتکاری برای تعیین همزمان محدوده نهایی و ترتیب استخراج بلوک‌ها توسعه داده شده است. سپس برای یک مدل بلوکی دو بعدی و یک مدل بزرگ سه بعدی از این الگوریتم‌ها برای تعیین محدوده استفاده شد. در مدل بلوکی بزرگ سه بعدی میزان انطباق ارزش محدوده‌های این الگوریتم‌ها با مقدار بهینه حاصل از روش لرج و گروسمن ۹۷/۹۵ و ۹۹/۴۳ درصد بود.

کلمات کلیدی

مدلسازی ریاضی، برنامه‌ریزی صفر و یکی، بهینه‌سازی، محدوده نهایی معدن روباز، الگوریتم ابتکاری.

۱- مقدمه

معادن روباز بیشترین سهم از تولیدات مواد معدنی دنیا را به خود اختصاص داده‌اند که نشان از اهمیت پرداختن به طراحی این معادن است. برای استخراج معادن به روش روباز طراحی‌های مختلفی انجام می‌گیرد. به صورت عمده، طراحی معادن روباز در دو مرحله محدود بهینه‌سازی و برنامه‌ریزی تولید انجام می‌شود. بنا بر تعریف مرسوم، در مرحله تعیین محدوده نهایی، هدف حداکثرسازی سود تنزیل نشده است. در ادامه نیز با هدف دستیابی به بالاترین ارزش خالص فعلی^۱، برنامه‌ریزی تولید بلندمدت و کوتاه‌مدت انجام می‌گیرد، اما به لحاظ نظری گفته شده است که محدوده بهینه نهایی باید با هدف حداکثرسازی NPV طراحی شود [۱].

برای حل مساله بهینه‌سازی محدوده نهایی الگوریتم‌هایی با هدف حداکثرسازی سود تنزیل نشده در سه رویکرد ریاضی، ابتکاری و فراابتکاری ارائه شده‌اند. روش‌های مخروط شناور [۲] و روش‌های اصلاح شده آن [۳] و کروبووف [۴] از جمله الگوریتم‌های ابتکاری برای تعیین محدوده نهایی‌اند. همچنین از روش‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک [۵] و شبکه‌های عصبی مصنوعی [۶] برای طراحی محدوده نهایی استفاده شده است. این دو دسته از روش‌ها به عنوان روش‌های تقریبی، دستیابی به جواب بهینه واقعی را تضمین نمی‌کنند اما یک جواب تقریبی را در زمان کمتر و با پیچیدگی کمتر پیشنهاد می‌دهند. در مقابل روش تئوری گراف لرج-گروسمن^۲ [۷] و جریان شبکه [۹،۸] با رویکردی ریاضی رسیدن به جواب بهینه واقعی را تضمین می‌کنند. روش‌های یاد شده، پیچیدگی ریاضی زیادی دارند.

برخلاف روش‌های بالا، الگوریتم‌هایی نیز برای تعیین همزمان محدوده نهایی و ترتیب استخراج بلوک‌ها، ارائه شده است. الگوریتم برنامه‌ریزی پویای رومن^۳ در حالت دو بعدی [۱۰]، روش وانگ و سویم [۱۱-۱۳] و الگوریتم لاتوری و گولوسینسکی^۴ [۱۴] از جمله روش‌هایی‌اند که برای تعیین محدوده نهایی با هدف حداکثرسازی NPV پیشنهاد شده‌اند. لاتوری و گولوسینسکی با توسعه کار یاد شده به بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید با هدف تعیین ترتیب بهینه بلوک‌ها و عرض پوش‌بک‌ها پرداختند [۱۵]. شبکه‌های عصبی مصنوعی نیز از جمله روش‌هایی است که توسط محققان مختلف مانند عسکری نسب و اواه-اوفه‌پی [۱۶] و صیادی و همکارانش [۱۷] برای تعیین محدوده نهایی به کار گرفته

شده است. ژائو-چاون و همکارانش [۱۸] نیز با لحاظ کردن هزینه‌های زیست‌محیطی به بهینه‌سازی محدوده نهایی پرداختند. دیمیتراکوپولوس [۱۹] با تبیین اهمیت عدم قطعیت در طراحی معادن روباز از شبیه‌سازی انجماد تدریجی و برنامه‌ریزی عدد صحیح تصادفی برای طراحی معادن روباز استفاده کرد. چاترجی و همکارانش [۲۰] نیز محدوده نهایی و فازهای استخراجی را با لحاظ کردن عدم قطعیت قیمت طراحی کرده‌اند. در این راستا با در نظر گرفتن اهمیت عدم قطعیت، ریچموند [۲۱] با ترکیب شبیه‌سازی مونت‌کارلو و تکنیک‌های ابتکاری به طراحی محدوده نهایی با هدف بهینه‌سازی NPV پرداخته است. بورگرلی و همکارانش [۲۲] نیز با در نظر گرفتن عدم قطعیت بازار از شبیه‌سازی تصادفی حرکت براونی برای تعیین قیمت و برنامه‌ریزی تولید مستقیم بلوک‌ها استفاده کرده‌اند. همچنین رحیمی و همکارانش [۲۳] با هدف بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید، مقصد مواد استخراج شده و محدوده نهایی الگوریتمی را ارائه داده‌اند.

از جمله معایب این روش‌ها یا برخی از آن‌ها می‌توان به ابتکاری بودن و نداشتن اثبات ریاضی، دویعدی بودن، پیچیدگی یادگیری و برنامه‌نویسی و عدم به کارگیری گسترده صنعتی و تجاری اشاره کرد. به طور کلی، به غیر از روش‌های مهمی که به عنوان نمونه بیان شد، اکثر تحقیقات انجام شده در حوزه مدلسازی طراحی معادن روباز، اکثراً بر حل جداگانه مسایل تعیین محدوده بهینه نهایی و برنامه‌ریزی تولید و زمان‌بندی استخراج بلوک‌ها تمرکز داشته‌اند.

در فرآیند مرسوم در طراحی معادن روباز، پس از تعیین محدوده نهایی برای بلوک‌های درون این محدوده برنامه‌ریزی بلندمدت و کوتاه‌مدت محاسبه می‌شود. این طراحی نیز همانند تعیین محدوده نهایی یک مساله بهینه‌سازی است که هدف آن تعیین ترتیبی از بلوک‌ها به گونه‌ای است که در آن NPV حداکثرسازی شود. به این منظور از سوی محققان مدلسازی‌های ریاضی مختلفی ارائه شده است [۱، ۳۱-۲۴].

تعیین محدوده نهایی به عنوان یک مساله بهینه‌سازی به علت تعداد بالای متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های زیاد در رده مسایل NP-Hard دسته‌بندی می‌شوند. برای حل این رده از مسایل بهینه‌سازی معمولاً از الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده می‌شود. این گونه الگوریتم‌ها راه حل تقریبی مناسبی را در زمانی منطقی پیدا می‌کنند که در بالا به برخی از این الگوریتم‌ها که برای بهینه‌سازی محدوده نهایی توسعه داده

شده‌اند، اشاره شد.

در محدوده نهایی استفاده می‌شود. با این تفکیک در متغیرهای تصمیم در این مدل‌سازی، بر خلاف مدل‌های قبلی که تنها ترتیب استخراجی بلوک‌های درون محدوده نهایی را تعیین می‌کنند، ترتیب بلوک‌های خارج از محدوده نهایی نیز به دست می‌آید.

از آنجایی که تعداد متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های این مدل ریاضی با افزایش تعداد بلوک‌ها افزایش می‌یابند، برای حذف بلوک‌های اضافی کانسار و کاهش تعداد متغیرهای تصمیم، در این تابع هدف از روش پیشنهادی وانگ و سویم [۱۲] استفاده شده است. در این روش با تشکیل یک پیت بسیار بزرگ بلوک‌های باطله غیرضروری از محاسبات حذف می‌شوند. برای دستیابی به این منظور می‌توان برای هر بلوک ماده معدنی یک مخروط رو به بالا را با لحاظ شیب طراحی تعیین کرد، سپس از اجتماع این مخروط‌ها این پیت بزرگ تشکیل می‌شود. بلوک‌های حذف شده از این طریق، تاثیری در تعیین جواب نهایی نداشته و در هر صورت خارج از محدوده نهایی قرار می‌گیرند. بر این اساس، بزرگ‌ترین محدوده‌ای که دورترین بلوک‌های کانسار در عمق و جهات افقی را در بر می‌گیرد، به عنوان بزرگ‌ترین پیت ممکن^۶ تعیین می‌شود. نحوه تعیین BPP در شکل ۱ نشان داده شده است.

W	W	O	O	O	W	O	W	W	W
W	W	O	W	W	W	O	O	O	W
W	W	W	O	O	O	W	O	W	W
W	W	W	O	O	W	W	W	W	W
W	W	W	W	W	W	W	W	W	W

←BPP

شکل ۱: تشکیل BPP و حذف بلوک‌های اضافی

همچنین محورهای مختصات مورد استفاده در این مدل‌سازی در شکل ۲ نشان داده شده است. بر این اساس در فرمول‌ها، اندیس‌های i ، j و k به ترتیب برای محورهای x ، y و z تعریف شده‌اند.

با توجه به این‌که مساله بهینه‌سازی همزمان محدوده نهایی و برنامه‌ریزی تولید یکی از مسایل پر اهمیت طراحی در معادن روباز است، لازم است که با رفع ایرادات و توسعه مدل‌سازی‌ها، الگوریتم‌ها و روش‌هایی که در گذشته برای حل آن به کار گرفته شده‌اند، تحقیقات جدیدی در این مورد انجام گیرد. به این منظور باید تلاش شود که مدل‌های ریاضی علاوه بر تعیین محدوده نهایی جزییات بیشتری از برنامه‌ریزی تولید را محاسبه کنند. از طرف دیگر ضروری است الگوریتم‌هایی ساده‌تر و کاربردی‌تر نسبت به گذشته برای حل این مدل‌ها توسعه داده شوند. بنابراین ضرورت، در این مقاله پس از ارایه مدل ریاضی صفر و یکی^۵ و غیرخطی مساله تعیین محدوده بهینه نهایی با حداکثرسازی NPV و پیشنهادهایی برای خطی‌سازی آن، مفاهیم زودترین و دیرترین زمان ممکن برای استخراج یک بلوک به منظور حذف بازه‌های اضافی در تعیین ترتیب بهینه استخراج آن بلوک تعریف شده است. در ادامه برای حل این مساله، بهینه‌سازی، دو الگوریتم ابتکاری پیشنهاد و نتایج آن‌ها با نتایج حل تابع هدف مقایسه شده‌اند.

۲- مدل ریاضی تعیین محدوده بهینه نهایی و ترتیب استخراج بلوک‌ها با حداکثرسازی NPV

در برخی تحقیقات درباره برنامه‌ریزی تولید [۲۸،۲۷] مدل‌سازی‌هایی ارایه شده است که می‌توان از آن‌ها برای تعیین همزمان محدوده نهایی و برنامه‌ریزی تولید استفاده کرد. این مدل‌های خطی به جای تعیین ترتیب به صورت بلوک به بلوک، با توجه به محدودیت‌هایی که در آن‌ها تعریف شده است، فازهای استخراجی مربوط به هر دوره استخراجی را با هدف حداکثرسازی NPV تعیین می‌کنند. همچنین در این مدل‌سازی‌ها تنها از یک دسته متغیر تصمیم برای تعیین تعلق بلوک‌ها به دوره‌های زمانی بهینه آن‌ها استفاده شده است. با توسعه مفهوم این مساله و محدودیت‌هایی که باید برای آن تعریف کرد، تعیین محدوده نهایی با هدف حداکثرسازی NPV را می‌توان به صورت تابع غیرخطی صفر و یکی رابطه ۱ و محدودیت‌های مندرج در روابط ۲ تا ۶ مدل کرد. در این مدل با تمرکز بر تفکیک ترتیب هر بلوک به صورت مجزا از دیگر بلوک‌ها و محدوده بهینه نهایی دو دسته متغیر صفر و یک تعریف شده است. یک دسته متغیر برای تعیین ترتیب بهینه استخراج و دسته دیگر برای تعیین حضور یا عدم حضور بلوک‌ها

افق $i-1$ که برای استخراج آن باید برداشته شوند. (۹) بلوک بالایی برای هر بلوک (۱:۹))

t : زمان یا ترتیب استخراج

T : مجموعه ترتیب استخراج بلوک‌های عضو BPP و بزرگ‌ترین فضای ممکن جستجوی ترتیب استخراج بلوک‌ها
 V_{ijk} : ارزش اقتصادی بلوک با مختصات ijk (با فرض ثبات پارامترهای اقتصادی در طول زمان)

x_{ijk} : متغیر صفر و یکی، بیان‌گر حضور یا عدم حضور بلوک با مختصات ijk در محدوده بهینه نهایی

p_{ijkt} : متغیر صفر و یکی مربوط به استخراج بلوک با مختصات ijk در زمان t

y_{ijk} : ترتیب بهینه استخراج هر بلوک

c : نرخ بهره به ازای دوره زمانی استخراج هر بلوک است. برای محاسبه c ابتدا باید از طریق ظرفیت استخراج سالانه تعداد بلوک‌هایی که باید در یک سال استخراج شوند مشخص شود. بر این اساس با استفاده از رابطه ۷ تعداد بلوک‌های استخراج سالانه قابل محاسبه خواهد بود.

$$B_y = MC/W_b \quad (7)$$

که در آن:

B_y : تعداد بلوک‌های استخراج شده در سال

MC : ظرفیت استخراج سالانه (تن)

W_b : وزن متوسط بلوک‌ها (تن) است.

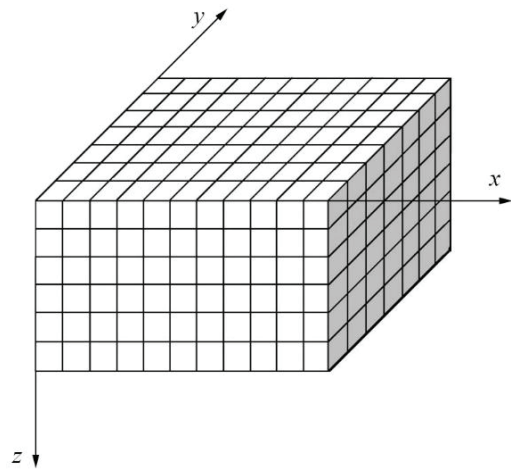
پس از محاسبه تعداد دوره‌های زمانی استخراج بلوک‌ها با لحاظ کردن نرخ بهره سالانه به عنوان نرخ بهره موثر، با استفاده از رابطه ۸ که از بازآرایی روابط مربوط به نرخ بهره موثر سالانه که در مراجع مختلف با موضوع ارزیابی اقتصادی پروژه‌های صنعتی [۳۲] موجود است، نرخ بهره به ازای دوره زمانی استخراج هر بلوک به دست می‌آید.

$$c = \sqrt[y]{(i_e + 1)} - 1 \quad (8)$$

که در آن:

i_e : نرخ بهره موثر سالانه است.

در این مدل، محدودیت رابطه ۲ شرط فنی لزوم استخراج بلوک‌های بالاتر یک بلوک را تضمین می‌کند و طبق این شرط، محدودیت‌های رابطه ۴ کوچک‌تر بودن ترتیب استخراج بلوک‌های بالایی هر بلوک از ترتیب آن بلوک را تضمین می‌کند.



شکل ۲: محورهای مختصات x ، y و z

$$Max Z = \sum_{(i,j,k) \in BPP} x_{ijk} \times \underbrace{\left(\sum_{t=1}^N \frac{V_{ijk}}{(1+c)^t} \times p_{ijkt} \right)}_{NPV_{ijk}} \quad (1)$$

Subject to:

$$x_{ijk} \leq x_{i'j'k'} \quad \forall (i,j,k) \in BPP, (i',j',k') \in UB_{ijk} \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^N p_{ijkt} = 1 \quad \forall (i,j,k) \in BPP \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^N t \times p_{ijkt} > \sum_{t=1}^N t \times p_{i'j'k't} \quad (4)$$

$$\forall (i,j,k) \in BPP, (i',j',k') \in UB_{ijk} \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j,k) \in BPP} p_{ijkt} = 1 \quad \forall t \in T$$

$$y_{ijk} = \sum_{t=1}^N t \times p_{ijkt} \quad \forall (i,j,k) \in BPP \quad (6)$$

که در این روابط:

BPP : مجموعه مختصات نقاط درون BPP

N : تعداد بلوک‌های درون BPP

UB_{ijk} : مجموعه مختصات بلوک‌های بالای بلوک ijk در

پیوست A و B مرجع یاد شده برای همان BPP حل شود، فازهای استخراجی درون محدوده نهایی و ترتیب آن‌ها به دست می‌آید. در این مدل‌ها محدودیت کمترین و بیشترین مقدار مورد نیاز برای منابع استخراج شده وجود دارد که در محدودیت‌های تابع هدف رابطه ۱۰ وجود ندارد. در مجموع مدلسازی بالا و روابط ۹ یا ۱۰ و محدودیت‌های آن‌ها برای پیدا کردن ترتیب بهینه استخراج تک تک بلوک‌های BPP توسعه داده شده و مورد استفاده قرار می‌گیرند.

همان‌گونه که در ابتدای این بخش نیز اشاره شد، مهم‌ترین تفاوت‌های مدلسازی ارایه شده در این مقاله و مدل‌هایی مانند مدل مورد اشاره در مرجع [۲۸] هم در فرم مدل و هم در نتایج آن‌ها، غیرخطی بودن مدل ارایه شده در این مقاله، تعداد متغیر تصمیم تعریف شده برای هر بلوک و مفاهیم آن (یکی برای ترتیب بهینه و دیگری برای بودن یا نبودن در محدوده نهایی)، تفاوت در محدودیت‌ها، تعداد و علامت آن‌ها، عدم وجود محدودیت‌های مربوط به حداقل و حداکثر منابع مورد نیاز در هر دوره زمانی در مدل فعلی، تعیین ترتیب هر بلوک به صورت مجزای از دیگری، امکان محاسبه محدوده LG تنها با لحاظ کردن نرخ بهره صفر در مدل ارایه شده بدون تغییر در اجزای مدل با مزیت مشخص شدن ترتیب استخراج بلوک‌های آن است. همچنین با توجه به اضافه شدن محدودیت مربوط به حداقل و حداکثر تناژ منابع استخراج شده در هر دوره زمانی در مدل مشابه قبلی، احتمال دارد مقدار بهینه تابع هدف از مقدار بهینه (NPV) تابع هدف فعلی (روابط ۱ تا ۵) کمتر شود.

از آنجایی که ارزش اقتصادی بلوک‌های کنسار وابسته به پارامترهای اقتصادی و عیاری است، تابع هدف یک را می‌توان به صورت تابع هدف رابطه ۹ که به صورت انعطاف‌پذیر تغییرات پارامترهای اقتصادی در طول زمان را لحاظ می‌کند توسعه داد. محدودیت‌های تابع هدف رابطه ۹، روابط ۲ تا ۵ است.

$$Max Z = \sum_{(i,j,k) \in BPP} x_{ijk} \times \left(\sum_{t=1}^N \underbrace{V(g_{ijk}, economy(t))}_{NPV_{ijk}} / (1+c)^t \times p_{ijkt} \right) \quad (11)$$

که در آن:

$economy(t)$: وضعیت پارامترهای اقتصادی در زمان t
 g_{ijk} : عیار بلوک ijk است.

محدودیت‌های روابط ۳ و ۵ نیز بیان‌گر اختصاص تنها یک زمان استخراج به هر بلوک و نیز تنها یک بلوک به هر زمان است. در صورتی که در تابع هدف رابطه ۱ نرخ بهره صفر منظور شود، محدوده دارای بالاترین سود مطابق با نتیجه روش لرچ گروسمن به دست می‌آید. تعداد متغیرهای تصمیم این مدل نیز برابر با $N \times (N+1)$ است.

بر خلاف مساله تعیین محدوده نهایی که از طریق روش LG قابل حل است، مساله تعیین همزمان محدوده نهایی و برنامه‌ریزی تولید مساله‌ای به شدت NP-Hard است [۳۳، ۲۷]. بنابراین از آنجایی که مدل ارایه شده برای این مساله هم غیرخطی است و هم در کنسارهای واقعی و بزرگ دارای متغیرهای تصمیم بسیار زیادی است، حل آن از طریق نرم‌افزارهای تحقیق در عملیاتی و روش‌های ریاضی دقیق بسیار پیچیده و زمان‌بر خواهد بود و در دسته مسایل به شدت NP-Hard دسته‌بندی می‌شود. از این رو بر اساس پیشنهاد زیر می‌توان آن را در دو مرحله خطی حل کرد. در مرحله اول، متغیرهای مربوط به ترتیب بهینه استخراج بلوک‌ها با مدلسازی خطی ارایه شده در روابط ۹ یا ۱۰ تعیین می‌شود. سپس، در مرحله دوم با محاسبه NPV تجمعی بلوک‌ها بر اساس ترتیب زمانی آن‌ها، نقطه دارای بالاترین NPV مشخص شده و این نقطه به عنوان محدوده بهینه نهایی در نظر گرفته می‌شود.

$$Min Z = \sum_{(i,j,k) \in BPP} \sum_{t=1}^N V_{ijk} \times p_{ijkt} \quad (9)$$

یا

$$Max Z = \sum_{(i,j,k) \in BPP} \sum_{t=1}^N \left(\frac{V_{ijk}}{NPV_{ijk}} / (1+c)^t \times p_{ijkt} \right) \quad (10)$$

Subject to:

روابط (۳ تا ۵)

رابطه ۹ یک تابع هدف کمینه‌ساز است که مستقل از نرخ بهره می‌تواند برای تعیین ترتیب زمانی استخراج تک تک بلوک‌ها استفاده شود. رابطه ۱۰ مشابه مدلسازی ارایه شده در پیوست A و B مرجع [۲۸] است. با توجه به تفاوت محدودیت‌های آن‌ها، کارکرد آن‌ها نیز متفاوت است. هدف از رابطه ۱۰ برخلاف مدل مورد اشاره در منبع یاد شده، با توجه به محدودیت‌های روابط ۳ تا ۵ تعیین ترتیب بهینه استخراج بلوک‌های BPP بدون تعیین محدوده نهایی است. اگر مدل‌های

استخراج هر بلوک را تعیین کرد. روابط تقریبی با فرض افقی بودن سطح توپوگرافی ارایه شده‌اند و هر چه بیشتر سطح توپوگرافی از این حالت خارج شود، از دقت این روابط کاسته خواهد شد.

$$seq_{ik}^{\min} = w_{ik} \quad (12)$$

$$seq_{ik}^{\min} \sim k^2 \quad (13)$$

$$seq_{ijk}^{\min} = w_{ijk} \quad (14)$$

$$seq_{ijk}^{\min} \sim (k+1) \times (2 \times k + 1) \times ((2 \times k + 3) / 3) \quad (15)$$

که در آن:

seq_{ik}^{\min} : زودترین زمان ممکن برای استخراج بلوک ik

seq_{ijk}^{\min} : زودترین زمان ممکن برای استخراج بلوک ijk

w_{ik} : تعداد بلوک‌های درون مخروط رو به بالای بلوک ik

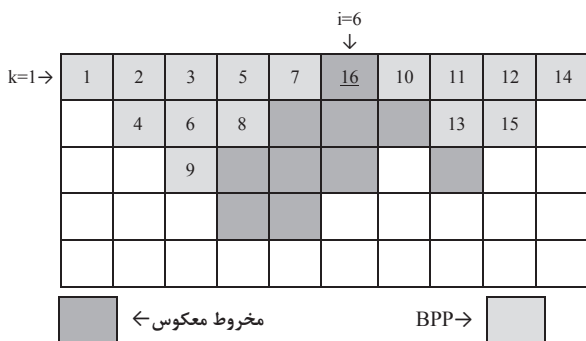
w_{ijk} : تعداد بلوک‌های درون مخروط رو به بالای بلوک ijk است.

همچنین در شکل ۴ مفهوم دیرترین زمان ممکن استخراج یک بلوک نشان داده شده است. دیرترین زمان ممکن برای استخراج بلوک را با محاسبه تعداد بلوک‌های درون مخروط معکوس آن بلوک و کم کردن این تعداد از کل تعداد بلوک‌های درون BPP می‌توان تعیین کرد.

با استفاده از روابط ۱۶ و ۱۷ می‌توان دیرترین زمان استخراج هر بلوک را محاسبه کرد.

$$seq_{ik}^{\max} = N - m_{ik} \quad (16)$$

$$seq_{ijk}^{\max} = N - m_{ijk} \quad (17)$$

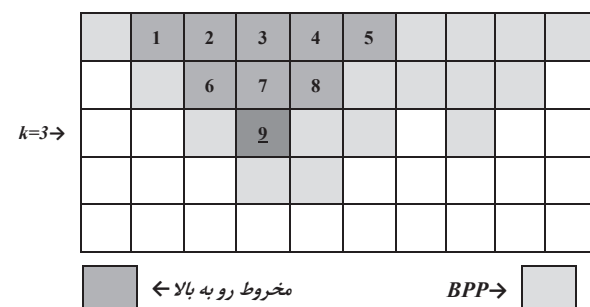


شکل ۴: مفهوم دیرترین زمان استخراج یک بلوک

۳- زودترین و دیرترین زمان ممکن استخراج هر بلوک

به صورت معمول در محاسبات بهینه‌سازی ترتیب استخراج بلوک‌ها، فضای جستجو برای ترتیب یک بلوک به اندازه تمام دوره‌های استخراجی تعریف می‌شود. این در حالی است که یک بلوک به لحاظ فنی هیچ‌گاه از یک دوره زودتر و از یک دوره دیرتر نمی‌تواند استخراج شود. چرا که تا زمانی که بلوک‌های رویی یک بلوک برداشته نشوند، نمی‌توان آن بلوک را استخراج کرد. از طرف دیگر یک بلوک، خود قسمتی از مسیر دسترسی به بلوک‌های زیرین است. پس برای هر بلوک می‌توان بازه‌ای از زودترین زمان تا دیرترین زمان استخراج را به عنوان فضای جستجوی تعیین زمان بهینه استخراج تعیین کرد. کاهش فضای جستجوی زمان استخراج هر بلوک به این روش، تاثیر زیادی در کاهش زمان محاسبات مدل‌های مختلف در تعیین محدوده نهایی و برنامه‌ریزی تولید خواهد داشت. این مفاهیم به عنوان مفاهیمی شناخته شده در برخی مطالعات [۲۶، ۲۸، ۳۴] برای کاهش متغیرهای تصمیم مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در شکل ۳ از یک مدل بلوکی فرضی برای توضیح مفهوم زودترین زمان ممکن استخراج یک بلوک استفاده شده است. در مدل‌سازی توسعه داده شده در این مقاله نیز بر اساس نیاز مساله می‌توان این مفهوم را در قالب معادلات ریاضی و به صورت ساده تعریف و از آن استفاده کرد. با توجه به این که در این مدل‌سازی، به هر بلوک یک زمان (ترتیب) مجزای از دیگر بلوک‌ها برای استخراج اختصاص داده می‌شود، سریع‌ترین زمان ممکن برای استخراج یک بلوک، مجموع زمان استخراج بلوک‌هایی است که درون مخروط رو به بالای آن بلوک قرار دارد. به صورت دقیق و تقریبی، به ترتیب می‌توان با روابط ۱۲ و ۱۳ در مدل‌های دو بعدی و بر اساس الگوی استخراج ۱:۹ با روابط ۱۴ و ۱۵ در مدل‌های سه بعدی زودترین زمان



شکل ۳: مفهوم زودترین زمان ممکن برای استخراج یک بلوک

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
.....
22	19	17	16	16	16	17	19	22	23	
	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
	
	23	21	20	20	21	22	24	24		
		9	9	9	9		9			
		
		24	23	23	24		25			
			16	16						
								
			25	25						



شکل ۵: مقادیر زودترین و دیرترین زمان استخراج بلوک‌های یک مدل دو بعدی

زودترین و دیرترین زمان ممکن استخراج هر بلوک، به عنوان یک شاخص مقایسه مطلوبیت استخراج بلوک‌ها، برای توسعه الگوریتم‌های ابتکاری در تعیین محدوده نهایی و برنامه‌ریزی تولید استفاده کرد. در بخش‌های بعدی این کاربرد در قالب توسعه یک الگوریتم ابتکاری ارائه شده است.

۴- الگوریتم ابتکاری

همان‌گونه که در بخش قبل درباره NP-Hardness مدل ریاضی مساله تعیین محدوده بهینه نهایی با حداکثرسازی NPV عنوان شد، حل آن از راه‌های مرسوم نرم‌افزاری و ریاضی بسیار پیچیده و زمان‌بر است و به صورت معمول برای حل مسایل بهینه‌سازی NP-Hard، از الگوریتم‌های ابتکاری فراابتکاری استفاده می‌شود. به عنوان نمونه، الگوریتم ابتکاری گرشون [۳۵]، برای حل مساله بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید ارائه شده است. برای استفاده از این الگوریتم در بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید، ابتدا باید محدوده نهایی به روشی مانند لرج و گروسمن تعیین شود، سپس این الگوریتم با تعریف وزن مکانی بلوک‌ها ترتیبی را برای استخراج بلوک‌ها پیشنهاد می‌دهد.

۴-۱- الگوریتم ابتکاری اول

در این بخش بر اساس الگوی دو مرحله‌ای کردن حل تابع هدف غیرخطی تعیین محدوده نهایی که در بخش‌های قبل ارائه شد، ابتدا BPP برای کانسار مشخص می‌شود، سپس باید برای بلوک‌های ماده معدنی و باطله درون BPP وزن مکانی تعریف شود. وزن مکانی در این الگوریتم از مجموع ارزش اقتصادی بلوک‌های مثبت درون مخروط معکوس هر بلوک

که در آن:

seq_{ik}^{max} : دیرترین زمان ممکن برای استخراج بلوک ik

seq_{ijk}^{max} : دیرترین زمان ممکن برای استخراج بلوک ijk

m_{ik} : تعداد بلوک‌های درون مخروط معکوس بلوک ik

m_{ijk} : تعداد بلوک‌های درون مخروط معکوس بلوک ijk

است.

در شکل ۵ زودترین و دیرترین زمان ممکن برای استخراج بلوک‌های یک مدل دو بعدی نشان داده شده است. یکی مهم‌ترین کاربردهای این دو مفهوم را می‌توان کاهش تعداد متغیرهای تصمیم و بهینه‌سازی فضای جستجوی مدل‌های طراحی ترتیب استخراج بلوک‌ها دانست. بر این اساس در مدل‌سازی تعیین محدوده نهایی و محدودیت‌های آن‌ها که در بخش‌های قبل ارائه شد می‌توان به جای دامنه جستجوی ۱ تا N ، از دامنه جستجوی کمترین زمان (seq_{ik}^{min}) تا بیشترین زمان ممکن استخراج (seq_{ik}^{max}) استفاده کرد.

دامنه جستجوی زمان بهینه استخراج هر بلوک را نیز می‌توان از رابطه ۱۸ تعیین کرد. رابطه ۱۹ بیانگر کوچک‌تر بودن فضای جستجوی بهینه نسبت به فضای جستجوی کلی است:

$$N_{ijk}^{opt} = seq_{ijk}^{max} - seq_{ijk}^{min} + 1 \quad (18)$$

$$N_{ijk}^{opt} < N \quad (19)$$

که در آن:

N_{ijk}^{opt} : اندازه بازه بهینه جستجوی زمان استخراج بلوک

ijk است.

با استفاده از این مفاهیم در جدول ۱ محاسبات مربوط به تعیین فضای بهینه جستجوی بلوک‌های مدل شکل ۵ و میزان کاهش این فضا ارائه شده است.

بر اساس محاسبات جدول ۱ تعداد متغیرهای تصمیم صفر و یکی برای تابع هدف مربوط به تعیین محدوده نهایی مدل بلوکی شکل ۵ با فرض وجود متغیر تصمیم به ازای تمام دوره‌های استخراجی برای هر بلوک، ۶۵۰ متغیر است. تعداد متغیرهای تصمیم با استفاده از این تکنیک، با کاهش ۲۸٫۹۲ درصدی به ۴۶۲ متغیر کاهش می‌یابد.

علاوه بر کاهش تعداد متغیرهای تصمیم و افزایش سرعت حل مدل‌های برنامه‌ریزی تولید می‌توان از شاخص‌های

استخراج شده باشند یا بالای آن بلوک سطح توپوگرافی باشد. به روز رسانی سطح توپوگرافی نیز یعنی حذف بلوک‌هایی که ترتیب استخراج آن‌ها در مراحل قبل مشخص شده است. در بین بلوک‌هایی که از نظر فنی قابلیت استخراج دارند، ابتدا ارزش اقتصادی بلوک‌ها با هم مقایسه می‌شود. در صورتی که تنها یک بلوک دارای بیشترین ارزش اقتصادی باشد، آن بلوک به عنوان گزینه مطلوب در آن مرحله انتخاب و استخراج می‌شود. در غیر این صورت، از بین بلوک‌هایی که از نظر ارزش اقتصادی

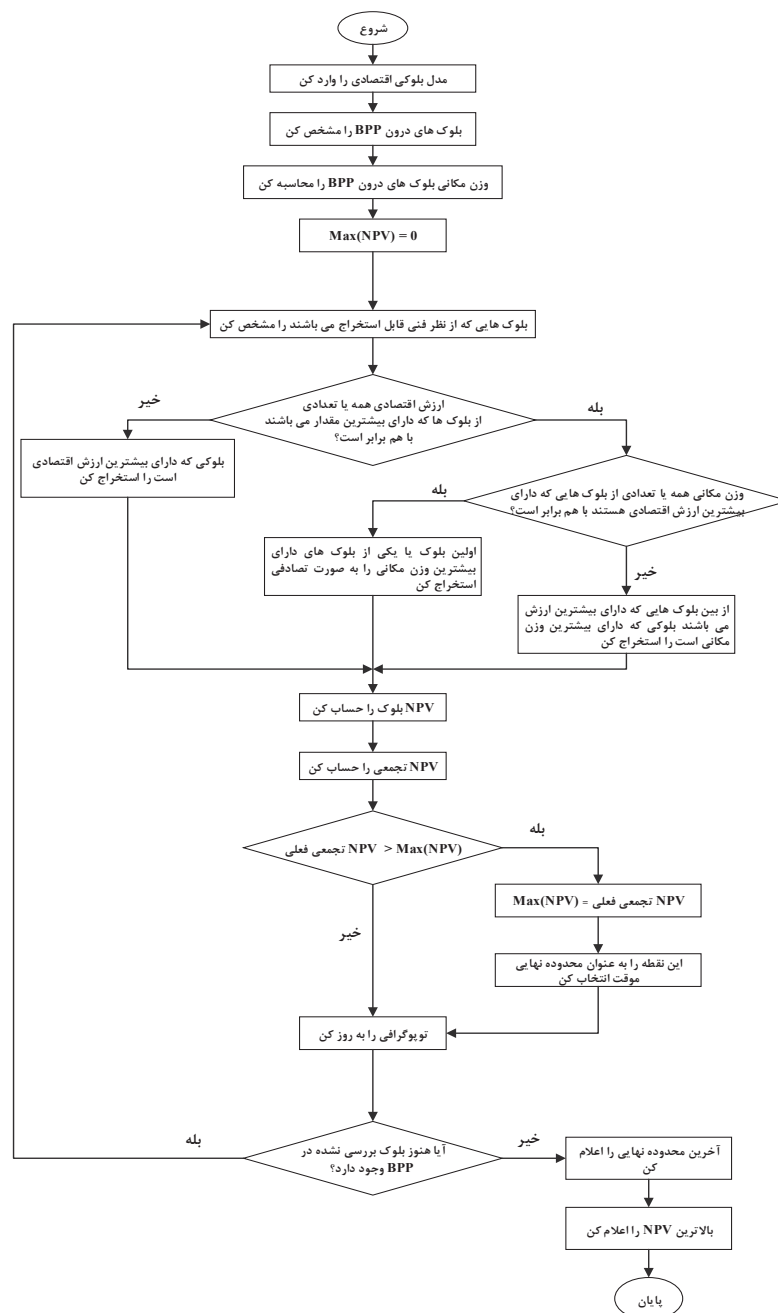
بدون حضور خود آن بلوک محاسبه می‌شود. فلوچارت الگوریتم ابتکاری ارائه شده به صورت شکل ۶ پیشنهاد می‌شود. در این الگوریتم، جستجو به صورت بلوک به بلوک پیش می‌رود. برای انتخاب بلوک مطلوب در هر مرحله پس از به روز رسانی سطح توپوگرافی ابتدا بلوک‌هایی که از نظر فنی قابلیت استخراج دارند به عنوان کاندیدای استخراج مشخص می‌شوند. قابلیت استخراج یک بلوک نیز به این صورت تعریف می‌شود که ۹ (یا در برخی موارد ۵) بلوک بالایی آن بلوک در مراحل قبل

جدول ۱: محاسبه اندازه فضای بهینه جستجوی ترتیب بهینه بلوک‌های شکل ۵

مختصات بلوک (i, k)	تعداد کل بلوک‌ها N	ترتیب حداقل seq_{ik}^{\min}	ترتیب حداکثر seq_{ik}^{\max}	اندازه بهینه فضای جستجوی هر بلوک N_{ik}^{opt}	میزان کاهش اندازه فضای جستجو (درصد) $\left(\frac{N - N_{ik}^{opt}}{N}\right) \times 100$
(۱,۱)	۲۵	۱	۲۲	۲۲	۱۲
(۱,۲)	۲۵	۱	۱۹	۱۹	۲۴
(۱,۳)	۲۵	۱	۱۷	۱۷	۳۲
(۱,۴)	۲۵	۱	۱۶	۱۶	۳۶
(۱,۵)	۲۵	۱	۱۶	۱۶	۳۶
(۱,۶)	۲۵	۱	۱۶	۱۶	۳۶
(۱,۷)	۲۵	۱	۱۷	۱۷	۳۲
(۱,۸)	۲۵	۱	۱۹	۱۹	۲۴
(۱,۹)	۲۵	۱	۲۲	۲۲	۱۲
(۱,۱۰)	۲۵	۱	۲۳	۲۳	۸
(۲,۲)	۲۵	۴	۲۳	۲۰	۲۰
(۲,۳)	۲۵	۴	۲۱	۱۸	۲۸
(۲,۴)	۲۵	۴	۲۰	۱۷	۳۲
(۲,۵)	۲۵	۴	۲۰	۱۷	۳۲
(۲,۶)	۲۵	۴	۲۱	۱۸	۲۸
(۲,۷)	۲۵	۴	۲۲	۱۹	۲۴
(۲,۸)	۲۵	۴	۲۴	۲۱	۱۶
(۲,۹)	۲۵	۴	۲۴	۲۱	۱۶
(۳,۳)	۲۵	۹	۲۴	۱۶	۳۶
(۳,۴)	۲۵	۹	۲۳	۱۵	۴۰
(۳,۵)	۲۵	۹	۲۳	۱۵	۴۰
(۳,۶)	۲۵	۹	۲۴	۱۶	۳۶
(۳,۸)	۲۵	۹	۲۵	۱۷	۳۲
(۴,۴)	۲۵	۱۶	۲۵	۱۰	۶۰
(۴,۵)	۲۵	۱۶	۲۵	۱۰	۶۰
کل تعداد متغیرهای تصمیم	۶۵۰	-	-	۴۶۲	۲۸.۹۲۳

در الگوریتم پیشنهاد شده است، دو یا چند بلوک دارای وزن مکانی یکسانی بودند، بر اساس استراتژی پایه الگوریتم می‌توان آن‌ها را هم ارز در نظر گرفت و بسته به انتخاب برنامه‌نویس و استفاده‌کننده می‌توان یا اولین بلوک را انتخاب کرد و یا به صورت تصادفی یکی از این بلوک‌ها را به عنوان بلوک استخراج شده تعیین کرد.

دارای مقداری برابر و بیشتر از بقیه است، بلوکی که وزن مکانی بیشتری دارد انتخاب می‌شود. استراتژی این الگوریتم برای حل مساله هدایت مسیر استخراج به سمت مناطق پرعیار کانسار است که برای دستیابی به این منظور از مقایسه بلوک‌ها بر اساس ارزش و وزن مکانی آن‌ها استفاده شده است. بنابراین در صورتی که پس از دو مرحله‌ای که برای انتخاب بلوک مناسب



شکل ۶: الگوریتم ابتکاری اول

هدایت می‌شود. پس در صورتی که حالت یاد شده ایجاد شود می‌توان همانند الگوریتم قبل به صورت انتخابی اولین بلوک یا به صورت تصادفی یکی از بلوک‌ها را انتخاب کرد.

۵- مثال عددی

در این بخش برای نشان دادن نتیجه به کارگیری دو الگوریتم ابتکاری و مقایسه نتایج آن‌ها با مدل ریاضی ارایه شده، از یک مدل بلوکی دو بعدی فرضی استفاده می‌شود. مدل بلوکی فرضی دو بعدی که BPP آن نیز مشخص شده است، در شکل ۸ نشان داده شده است. با فرض نرخ بهره ۵ درصد به ازای هر بلوک، ترتیب بهینه بلوک‌ها و محدوده نهایی دارای بالاترین NPV که از حل ریاضی تابع هدف با استفاده از نرم‌افزار Lingo 17 به دست آمده‌اند، مطابق شکل ۹ خواهند بود. همچنین با استفاده از الگوریتم رومن [۱۰] مشخص شد که نتایج آن با حل ریاضی تابع هدف مطابقت دارد. برای دستیابی به این نتایج ابتدا ترتیب بهینه استخراج بلوک‌ها به وسیله مدل ریاضی مربوطه به دست آمد، سپس با محاسبه NPV بلوک‌ها و مقادیر تجمعی آن‌ها نقطه‌ای که در آن NPV بیشترین مقدار است مشخص شد. همان‌گونه که در شکل ۹ نشان داده شده است، NPV این محدوده با ۳۰ بلوک ۱۸,۳۶ واحد پولی است. محدوده نهایی به روش تئوری گراف لرج و گروسمن نیز به صورت شکل ۱۰ خواهد بود. ارزش سود تنزیل نشده این محدوده، ۳۸ واحد پولی با ۳۰ بلوک است. با صفر قرار دادن نرخ بهره در مدل ریاضی و محاسبه ارزش تجمعی بلوک‌ها بر اساس ترتیب بهینه، همان نتایج روش لرج و گروسمن به دست می‌آید. با این تفاوت که در این روش ترتیب بهینه استخراج بلوک‌ها نیز به همراه محدوده نهایی تعیین می‌شود.

برای استفاده از الگوریتم اول، ابتدا مقادیر وزن مکانی بلوک‌های درون BPP مطابق شکل ۱۱ محاسبه شده است. نتایج به دست آمده از این الگوریتم ابتکاری یعنی ترتیب استخراج پیشنهادی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. NPV محدوده نهایی از این الگوریتم با ۳۰ بلوک ۱۷,۸۴ واحد پولی است. نسبت NPV حاصل از الگوریتم ابتکاری اول به مقدار بهینه آن ۹۷,۱۴ درصد است.

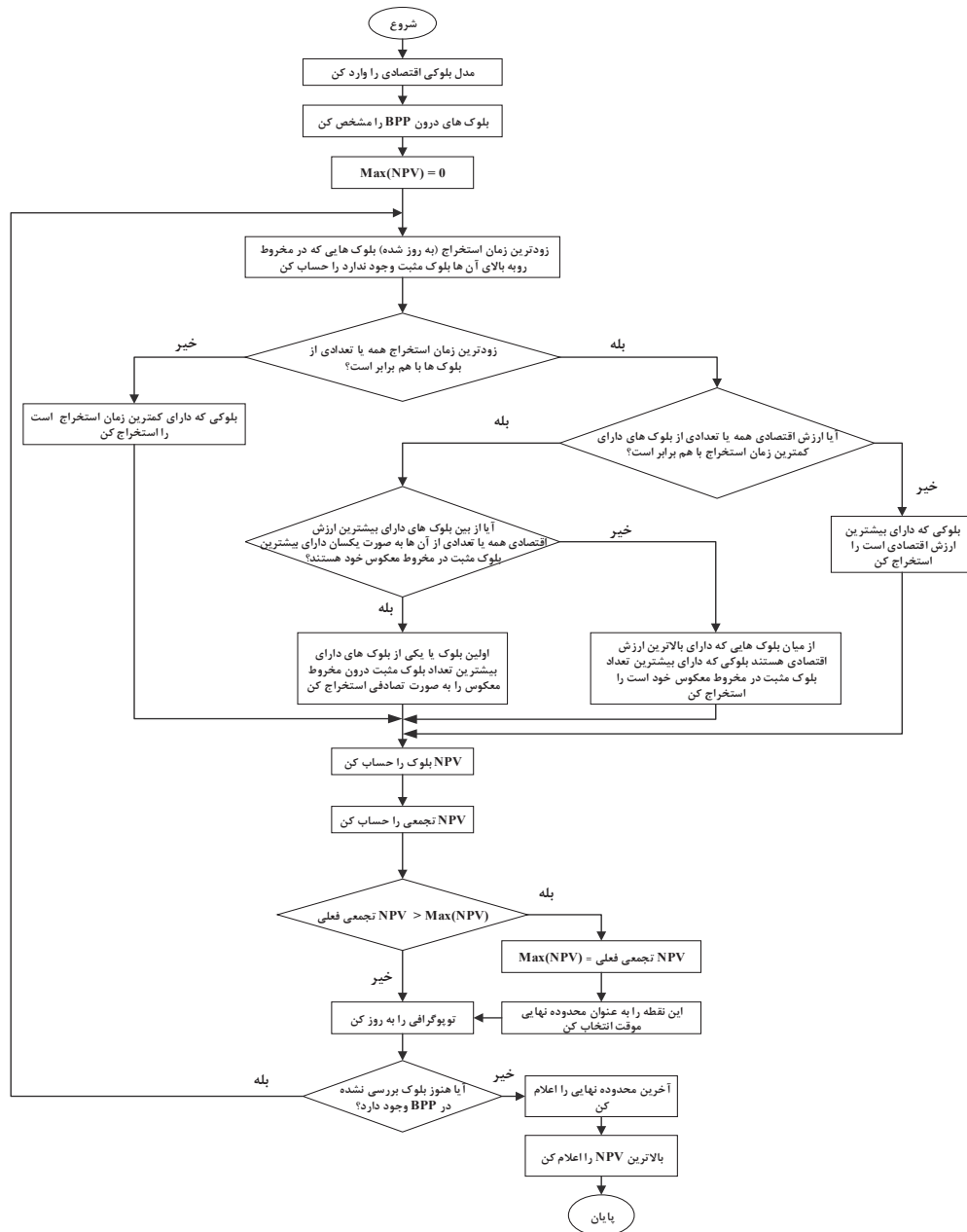
مطابق الگوریتم دوم پس از تعیین BPP، در هر مرحله بلوک‌های کاندیدا با هم مقایسه شدند. طبق دستورالعمل این الگوریتم در صورت لزوم از شاخص تعداد بلوک‌های مثبت درون مخروط معکوس بلوک‌های مثبت که در شکل ۱۳ مقادیر آن‌ها

استفاده از مدل اقتصادی به جای عباری در محاسبه وزن مکانی، عدم نیاز به مشخص بودن محدوده بهینه نهایی از ابتدا، حذف بلوک‌های اضافی از محاسبات، جستجوی بلوک به بلوک و سادگی محاسبات و راحتی یادگیری از ویژگی‌های این الگوریتم است. بر اساس شروط مقایسه بین بلوک‌های نامزد استخراج در هر مرحله، مسیر استخراج از ابتدا تلاش دارد که بلوک‌های پرارزش‌تر را استخراج کند و به تدریج به سمت مناطق پر عبارت‌تر کانسار پیش رود. این مسیر باعث حداکثرسازی NPV و تعیین محدوده بر اساس آن می‌شود.

۲-۴- الگوریتم ابتکاری دوم

برای حداکثرسازی NPV باید در زمان زودتری ماده معدنی استخراج شود تا در مراحل ابتدایی شروع عملیات معدنکاری سود عملیات مثبت و هر چه بیشتر شود. در حقیقت می‌توان مساله را به صورت کمتر کردن زمان رسیدن به ماده معدنی بیان کرد. با استفاده از این بیان مساله و مفهوم زودترین زمان ممکن استخراج بلوک‌های ماده معدنی، در این بخش یک الگوریتم ابتکاری دیگر برای تعیین محدوده بهینه نهایی ارایه می‌شود.

فلوچارت کلی این الگوریتم در شکل ۷ نشان داده شده است. همانند الگوریتم قبلی باید ابتدا BPP برای مدل بلوکی کانسار تعیین شود. در هر مرحله، پس از به روز رسانی سطح توپوگرافی، برای بلوک‌های مثبتی که در مخروط رو به بالای خود هیچ بلوک مثبتی ندارند، زودترین زمان استخراج محاسبه می‌شود. از بین این بلوک‌ها بلوکی که دارای کمترین شاخص زودترین زمان استخراج است به عنوان مطلوب‌ترین بلوک در آن مرحله استخراج می‌شود. در صورتی که شاخص یاد شده بین دو یا چند بلوک یکسان باشد، اولویت استخراج با بلوکی است که دارای بیشترین ارزش اقتصادی باشد. در صورتی که ارزش اقتصادی دو یا چند بلوک از این بلوک‌ها با هم برابر بود، اولویت با بلوکی است که بیشترین تعداد بلوک مثبت را در مخروط معکوس خود دارد. در این الگوریتم همانند الگوریتم قبل ممکن است پس از سه مرحله گزینش برای انتخاب بلوک مناسب، دو یا چند بلوک از نظر آخرین شاخص با هم برابر شوند. استراتژی پایه این الگوریتم استخراج سریع‌تر بلوک‌های مثبتی است که دارای افقی نزدیک‌تر به سطح توپوگرافی‌اند. برای نیل به این منظور در آخرین شاخص نیز مسیر استخراج به سمت مناطقی که دارای بیشترین تعداد بلوک مثبت‌اند،



شکل ۷: الگوریتم ابتکاری دوم

26	18	11	1	2	3	5	7	10	17	31
	27	19	12	4	6	8	15	22	32	
		28	20	13	9	16	23	33		
			29	21	14	24	34			
				30	25	35				

شکل ۹: ترتیب بهینه بلوک‌های BPP و محدوده نهایی با استفاده از تابع هدف و الگوریتم رومن

-1	-1	-1	2	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	2	1	1	3	3	-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	5	3	3	5	5	1	-1	-1
-1	-1	-1	2	2	3	4	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	2	1	-1	-1	-1	-1

شکل ۸: مدل بلوکی دو بعدی فرضی

نشان داده شده‌اند، استفاده شده است. ترتیب پیشنهادی این الگوریتم نیز در شکل ۱۴ نشان داده شده است. NPV محدوده نهایی پیشنهادی بر اساس الگوریتم دوم، با ۳۰ بلوک ۱۸٫۳۵ واحد پولی شد. این نتیجه با اختلافی جزئی کمتر از بهینه واقعی است. همان‌گونه که از نتایج مشخص است، محدوده نهایی پیشنهادی الگوریتم‌های اول و دوم بر محدوده بهینه

واقعی منطبق است. این محدوده نهایی در شکل ۱۵ نشان داده شده است. در شکل ۱۶ نمودار NPV تجمعی حاصل از ترتیب استخراج بر اساس تابع هدف، الگوریتم اول و الگوریتم دوم نشان داده شده است. نزدیکی نتایج به ویژه در الگوریتم دوم به نتایج تابع هدف در این نمودار به خوبی قابل مشاهده است.

4	15	23	31	37	43	37	29	29	21	1
	4	13	20	26	26	26	21	12	1	
		3	7	11	13	11	7	1		
			1	3	4	3	1			
				0	0	0				

شکل ۱۱: وزن مکانی بلوک‌های درون BPP

-1	-1	-1	2	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	2	1	1	3	3	-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	5	3	3	5	5	1	-1	-1
-1	-1	-1	2	2	3	4	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	2	1	-1	-1	-1	-1

شکل ۱۰: محدوده نهایی تنزیل نشده با استفاده از الگوریتم LG

			14	15						
		6	9	10	10	9				
		2	4	6	6	5	3			
			1	2	3	2				
				0	0	0				

شکل ۱۳: تعداد بلوک‌های مثبت درون مخروط معکوس هر بلوک مثبت

26	18	11	1	2	3	5	7	10	17	31
	27	19	12	4	6	8	15	22	32	
		28	20	13	9	16	23	33		
			29	21	14	24	34			
				30	25	35				

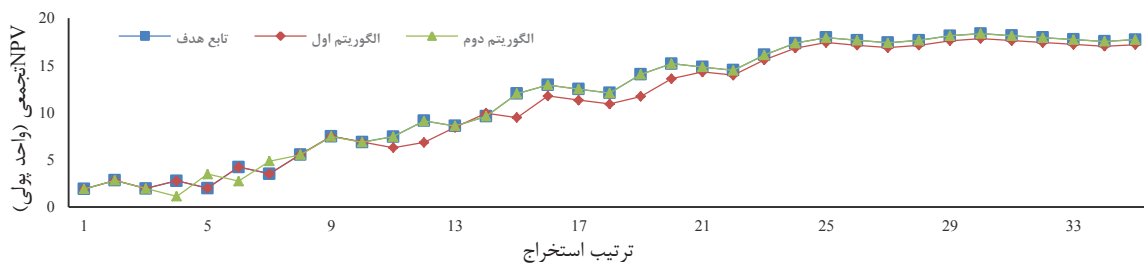
شکل ۱۲: ترتیب به دست آمده از طریق الگوریتم ابتکاری اول

-1	-1	-1	2	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	2	1	1	3	3	-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	5	3	3	5	5	-1	-1	-1
-1	-1	-1	2	2	3	4	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	2	1	-1	-1	-1	-1

شکل ۱۵: محدوده نهایی به دست آمده از الگوریتم ابتکاری اول و دوم

26	13	10	1	2	3	4	6	17	21	31
	27	14	11	8	5	7	18	22	32	
		28	15	12	9	19	23	33		
			29	16	20	24	34			
				30	25	35				

شکل ۱۴: ترتیب به دست آمده از طریق الگوریتم ابتکاری دوم



شکل ۱۶: نمودار NPV تجمعی به دست آمده از تابع هدف و الگوریتم‌های ابتکاری اول و دوم

۶- پیاده‌سازی الگوریتم‌ها در مدل بلوکی سه بعدی

الگوریتم‌های ارایه شده برای یک مدل سه‌بعدی با ابعاد ۴۰ بلوک در راستای شرقی غربی، ۴۷ بلوک در راستای شمالی و ۱۱ بلوک در جهت عمودی به کار گرفته شد. مشخصات این مدل بلوکی در جدول ۲ ارایه شده است.

جدول ۲: مشخصات مدل بلوکی مورد استفاده

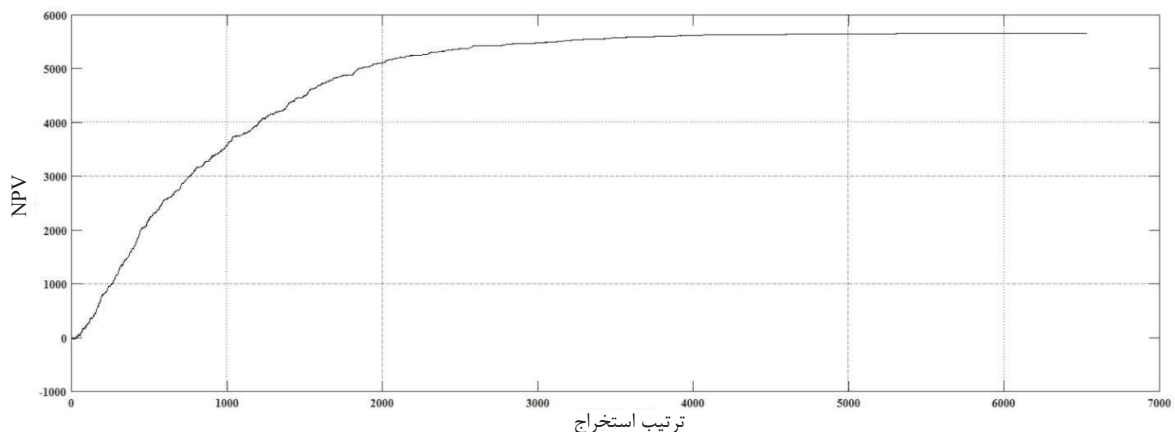
پارامتر	مقدار
تعداد کل بلوک‌ها	۲۰۶۸۰
ابعاد بلوک‌ها (متر)	۱۰×۱۰×۱۰
گسترش شرقی غربی (بلوک)	۴۰
گسترش شمالی جنوبی (بلوک)	۴۷
عمق (بلوک)	۱۱
تعداد بلوک‌های BPP	۶۵۳۳
تعداد بلوک‌های ماده معدنی	۱۷۸۴
تعداد بلوک‌های باطله موثر	۴۷۴۹
نسبت BPP به کل بلوک‌ها (درصد)	۳۱/۶

BPP این مدل بلوکی شامل ۶۵۳۳ بلوک و محدوده بهینه نهایی آن به روش LG دارای ۵۰۶۳ بلوک به ارزش ۲۶۷۶۱ واحد پولی است. در تعیین محدوده این مدل از روش استخراج ۱:۹ استفاده شده است. با صفر در نظر گرفتن نرخ بهره، برای این مدل بلوکی از الگوریتم‌های اول و دوم به ترتیب محدوده‌هایی به ارزش ۲۶۲۱۳ و ۲۶۶۱۱ واحد پولی به دست آمد. بر اساس این نتایج مقدار تطابق مقدار به دست آمده برای تابع هدف از طریق این الگوریتم‌ها و مقدار بهینه واقعی آن (روش

LG) به ترتیب ۹۷/۹۵ و ۹۹/۴۳ درصد است. با در نظر گرفتن نرخ بهره ۰/۱ درصد به ازای دوره زمانی استخراج هر بلوک مقدار بیشینه تخمین زده شده برای NPV تجمعی با الگوریتم اول ۵۶۶۰ و با الگوریتم دوم ۷۶۱۵ واحد پولی به دست آمد که نتایج تجمعی NPV برای الگوریتم‌های اول و دوم به ترتیب در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ نشان داده شده است. همچنین نماهای افقی این محدوده‌ها به ترتیب در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ نشان داده شده است. اعداد این شکل‌ها بیانگر تعداد بلوک‌هایی است که در هر نقطه به صورت عمودی به محدوده نهایی تعلق دارد.

۷- مقایسه دو الگوریتم

بر اساس تعریف مساله، هر دو الگوریتم ارایه شده یک هدف یعنی تعیین همزمان ترتیب استخراج بلوک‌ها و محدوده نهایی را دنبال می‌کنند. هر دو روش به صورت بلوک به بلوک و با مقایسه بلوک‌های قابل استخراج در هر مرحله ترتیبی را برای استخراج پیشنهاد می‌دهند. تفاوت ترتیب پیشنهادی دو الگوریتم به علت شروط مقایسه بلوک‌های کاندیدا در هر مرحله است. علت بالاتر بودن NPV الگوریتم دوم نسبت به اول به شرط انتخاب بلوک‌های کاندیدا در هر مرحله بر می‌گردد. الگوریتم دوم به دنبال پیدا کردن ترتیب استخراج بر اساس بلوک‌های ماده معدنی است و اولویت را در رسیدن سریع‌تر به ماده معدنی قرار می‌دهد. مزیت الگوریتم دوم در رسیدن هر چه سریع‌تر به بلوک‌های ماده معدنی است. مزیت الگوریتم اول نیز در امکان بیشتر برای وارد کردن محدودیت‌های کنترل عیار در دوره‌های زمانی برنامه‌ریزی تولید است.



شکل ۱۷: نمودار NPV تجمعی به دست آمده از الگوریتم ابتکاری اول برای مدل بلوکی سه بعدی

شکل ۲۰: نمای افقی محدوده نهایی به دست آمده از الگوریتم ابتکاری دوم برای مدل بلوکی سه بعدی

ترتیب بلوک‌ها و مقدار NPV به دست آمده است. با توجه به این‌که هدف از حل مسایل بهینه‌سازی پیچیده با استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری، رسیدن به جواب تقریبی در زمانی کمتر و با راه حلی ساده‌تر است، می‌توان گفت که عملکرد الگوریتم‌های ارایه شده در حد قابل قبولی بوده است.

۹- مراجع

- [1] Osanloo, M., Gholamnejad, J., and Karimi, B. (2008). "Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms". *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 22(1): 3-35.
- [2] Pana, M. (1965). "The simulation approach to open pit design". *Proceeding of the 5th symposium on the application of the computers and operations research in the mineral industries (APCOM), Arizona USA, zz1-zz24*.
- [3] Wright, E. A. (1999). "Moving cone II - a simple algorithm for optimum pit limits design". *proceeding of the 28th symposium on the application of the computers and operation research in the mineral industries (APCOM), Colorado USA, 367-374*.
- [4] David, M., Dowd, P. A., and Korobov, S. (1974).

استخراج بلوک‌ها، دو مفهوم زودترین و دیرترین زمان ممکن برای استخراج بلوک‌ها تعریف شد. بر اساس این مفاهیم در مدل‌های ریاضی می‌توان متغیرهای تصمیم مربوط به هر بلوک را در بازه زودترین و دیرترین زمان استخراج آن محدود کرد. بر اساس ایده دو مرحله‌ای کردن حل تابع هدف ارایه شده، دو الگوریتم ابتکاری بر پایه مفاهیمی مانند مخروط معکوس، وزن مکانی و زودترین زمان استخراج پیشنهاد شد. در این الگوریتم‌ها نیازی به تعیین محدوده نهایی از ابتدا وجود ندارد. همچنین بر خلاف تعاریف گذشته، برای محاسبه وزن مکانی از ارزش اقتصادی بلوک‌ها به جای عیار استفاده شده است. این الگوریتم‌ها به صورت بلوک به بلوک به جستجوی بلوک‌های مطلوب برای استخراج در هر مرحله می‌گردند و در نهایت با جمع NPV بلوک‌ها بر اساس ترتیب پیشنهادی، نقطه دارای بالاترین NPV به عنوان محدوده بهینه نهایی انتخاب می‌شود. با مقایسه نتایج حاصل از حل ریاضی مدل ارایه شده، الگوریتم لرج گروسمن و الگوریتم‌های ابتکاری، مشخص شد که در مدل حل شده محدوده نهایی دارای بالاترین NPV حاصل از به کارگیری الگوریتم‌های ابتکاری با نتایج تابع هدف منطبق است. تفاوت نتایج الگوریتم با روش‌های ریاضی در

- pit optimization using discounted economic block values*". Mining Technology, 118(1): 1-12.
- [17] Sayadi, A. R., Fathianpour, N., and Mousavi, A. A. (2011). "Open pit optimization in 3D using a new artificial neural network". Archives of Mining Sciences, 56(3): 389-403.
- [18] Xu, X. C., Gu, X. W., Qing, W. A. N. G., Liu, J. P., and Jun, W. A. N. G. (2014). "Ultimate pit optimization with ecological cost for open pit metal mines". Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 24(5): 1531-1537.
- [19] Dimitrakopoulos, R. (2011). "Stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments". Journal of Mining Science, 47(2): 138-150.
- [20] Chatterjee, S., Sethi, M. R., and Asad, M. W. A. (2016). "Production phase and ultimate pit limit design under commodity price uncertainty". European Journal of Operational Research, 248(2): 658-667.
- [21] Richmond, A. (2018). "Direct net present value open pit optimisation with probabilistic models". In: Dimitrakopoulos R. (eds) Advances in Applied Strategic Mine Planning, Springer, Cham, 217-228.
- [22] Burgarelli, H. R., Souza, F. R., Nader, A. S., Torres, V. F. N., Câmara, T. R., Ortiz, C. E. A., and Galery, R. (2018). "Direct block scheduling under marketing uncertainties". REM-International Engineering Journal, 71(2): 275-280.
- [23] Esmail, R., Ehsan, M., Reza, S., and Mehran, G. (2018). "Optimized algorithm in mine production planning, mined material destination, and ultimate pit limit". Journal of Central South University, 25(6): 1475-1488.
- [24] Caccetta, L., and Hill, S. P. (2003). "An application of branch and cut to open pit mine scheduling". Journal of Global Optimization, 27: 349-365.
- [25] Askari-Nasab, H., Pourrahimian, Y., Ben-Awuah, E., and Kalantari, S. (2011). "Mixed Integer Linear Programming Formulations For Open Pit Production Scheduling". Journal of Mining Science, 47(3): 338-359.
- [26] Cullenbine, C., Wood, R. K., and Newman, A. (2011). "A sliding time window heuristic for open pit mine block sequencing". Optimization Letters, 5(3): 365-377.
- [27] Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., and Newman, A. (2013). "MineLib: a library of open pit mining problems". Annals of Operations Research, 206(1): 93-114.
- [28] Lambert, W. B., Brickey, A., Newman, A. M., and Eurek, K. (2014). "Open-pit block-sequencing formulations: a "Forecasting departure from planning in open pit design and d grade control". Proceeding of the 12th symposium on the application of computers and operations research in the mineral industries (APCOM), Colorado School of Mines, 2: F131-F142.
- [5] Denby, B., and Schofield, D. (1994). "Open-pit design and scheduling by use of genetic algorithms". Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section A, Mining industry, 103: A201-A26.
- [6] Achireko, P. K., and Frimpong, S. (1996). "Open Pit Optimization using Artificial Neural Networks on Conditionally Simulated Blocks". Proceedings of 26th APCOM symp., PennState University, University Park, PA, 285-290.
- [7] Lerchs, H., and Grossman, I. F. (1965). "Optimum design of open pit mines". CIM Bulletin, 58: 47-54.
- [8] Johnson, T. B., and Barnes, R. J. (1988). "Application of the maximal flow algorithm to ultimate pit design". In Levary R. R. ed. Engineering design: better results through operations research methods, Amsterdam, 518-531.
- [9] Yegulalp, T. M., and Arias, J. A. (1992). "A fast algorithm to solve the ultimate pit limit problem". Proceedings of 23rd APCOM Symp., Littleton, CO, USA, AIME, 391-397.
- [10] Roman, R. J. (1974). "The role of time value of money in determining an open pit mining sequence and pit limits". Proceedings of 12th APCOM symp., Colorado school of mine, 72-85.
- [11] Wang, Q., and Sevim, H. (1992). "Enhance Production Planning in Open pit Mining Through Intelligent Dynamic Search". 23rd APCOM, 461-471.
- [12] Wang, Q., and Sevim, H. (1993). "Open pit production planning through pit-generation and pit-sequencing". Transactions, SME, 294: 1968-1972.
- [13] Wang, Q., and Sevim, H. (1995). "Alternativ to Parametrization in Finding a Series of Maximum-Metal Pits for Production Planning". Mining Engineering Journal, February, 178-182.
- [14] Latorre, E., and Golosinski, T. S. (2011). "Definition of economic pit limits taking into consideration time value of money". CIM Journal, 2(3): 162-170.
- [15] Nanjari, E. L., and Golosinski, T. S. (2013). "Optimising open pit mine scheduling taking into consideration time value of money and mining restrictions". International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 27(3): 156-165.
- [16] Askari-Nasab, H., and Awuah-Offei, K. (2009). "Open

- [34] Chicoisne, R., Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E., and Rubio, E. (2012). "A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem". *Operations Research*, 60(3): 517-528.
- [35] Gershon, M. E. (1987). "Heuristic Approaches for Mine Planning and Production Scheduling". *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 5: 1-13
-
- ¹ Net Present Value (NPV)
- ² Lerchs-Grossman (LG)
- ³ Roman
- ⁴ Latorre and Golosinski
- ⁵ Binary
- ⁶ Biggest Possible Pit (BPP)
- tutorial*". *Interfaces*, 44(2): 127-142.
- [29] Moosavi, E., and Gholamnejad, J. (2015). "Long-term production scheduling modeling for the open pit mines considering tonnage uncertainty via indicator kriging". *Journal of Mining Science*, 51(6): 1226-1234.
- [30] Mousavi, A., Kozan, E., and Liu, S. Q. (2016). "Open-pit block sequencing optimization: a mathematical model and solution technique". *Engineering Optimization*, 48(11): 1932-1950.
- [31] Moreno E., Rezakhah M., Newman A., and Ferreira F. (2017). "Linear Models for Stockpiling in Open-pit Mine Production Scheduling Problems". *European Journal of Operational Research*, 260(1): 212-221.
- [۳۲] اسکونژاد، م؛ ۱۳۸۶؛ "اقتصاد مهندسی یا ارزیابی اقتصادی پروژه‌های صنعتی". انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
- [33] Johnson, D. S., and Niemi, K. A. (1983). "On knapsacks, partitions, and a new dynamic programming technique for trees". *Mathematics of Operations Research*, 8(1): 1-14.



A Mathematical Model For Simultaneous Optimization Of The Ultimate Pit Limit And Block Sequencing In Open Pit Mining

Saleki M.¹, Kakaie R.², Ataei M.^{3*}

- 1- PhD candidate, School of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology
m.saleki@shahroodut.ac.ir
- 2- Professor, School of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology
r_kakaie@shahroodut.ac.ir
- 3- Professor, School of Mining, Petroleum and Geophysics, Shahrood University of Technology
ataei@shahroodut.ac.ir

(Received: 24 Jun. 2018, Accepted: 10 Dec. 2018)

Abstract: The aim of this paper is to develop a mathematical model for defining the ultimate pit limit using through net present value (NPV) maximization approach. In the following, two new algorithms were presented to simultaneously determine ultimate pit outline and mining sequence based on the maximization of NPV.

Keywords: Open Pit Mine, Ultimate Pit Limit, Optimization, Heuristic algorithm.

INTRODUCTION

The ultimate pit limit is an important problem, which is determined by the maximization of undiscounted profit or NPV. The floating cone algorithm [1] and its modified versions [2,3] methods were developed to generate ultimate pit limit based on the maximization of the undiscounted profit. Nevertheless, it is better to determine the pit outline based on the maximization of NPV. To achieve this goal a few algorithms, such as [4-6] were established.

The next step of open pit design is optimization of the production scheduling [7-10]. In this paper, at first a binary model was developed for determining the ultimate pit limit by NPV maximization. Then, because the model is strongly NP-Hard, two heuristic algorithms were presented to determine the ultimate pit limit and blocks extraction orders simultaneously.

MODELLING

Binary and nonlinear mathematical models were presented to determine the ultimate pit limit on the basis of maximizing NPV and few suggestions for its linearization. To reduce the number of binary decision variables firstly the useless waste blocks were removed from the model. To determine the useless waste blocks, it is necessary to define an outline that contains all the ore blocks with regard to the mining

constraints. This outline is called the biggest possible pit (BPP). The other techniques to reduce the number of binary variables are to use the concepts of earliest and latest extraction time for each block within BPP.

HEURISTIC ALGORITHMS

This model is a strongly NP-Hard problem and so difficult to be solved with mathematical method. Therefore, two heuristic algorithms are developed to determine the mining sequence and ultimate pit limit based on the maximization of the NPV with the use of the concepts of positional weight, updated earliest extraction.

RESULTS AND CONCLUSIONS

The developed algorithms were applied for 2D and 3D block models and the obtained results obtained indicated that they are able to produce acceptable outputs. Complexity of the algorithms is low and easy to use and they can also be used for educational purpose.

REFERENCES

- [1] Pana Milton, T. (1965). *"The simulation approach to open pit design"*. In APCOM SYMPOSIUM, 5: 127-138.
- [2] Wright, A. (1999). *"MOVING CONE II-A simple algorithm for optimum pit limits design"*. Proceedings of the 28rd APCOM, 367-374.
- [3] Lerchs, H., and Grossman, Ingo F. (1965). *"Optimum design of open-pit mines"*. Trans CIM, 68: 17-24.
- [4] Qing, W., and Sevim, H. (1992). *"Enhanced production planning in open pit mining through intelligent dynamic search"*. Institute of Mining Metallurgy (ed), 23: 461-471.
- [5] Latorre, E., and Golosinski, T. S. (2011). *"Definition of economic limits taking into consideration time value of money"*. Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum (CIM), 2(3): 162-170.
- [6] Roman, R. J. (1974). *"The role of time value of money in determining an open pit mining sequence and pit limits"*. In Proc. 12th Symp. Application Computers and Operation Research in the Mineral Industry, 72-85.
- [7] Osanloo, M., Gholamnejad, J., and Karimi, B. (2008). *"Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms"*. International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 22(1): 3-35.
- [8] Askari-Nasab, H., Pourrahimian, Y., Ben-Awuah, E., and Kalantari, S. (2011). *"Mixed integer linear programming formulations for open pit production scheduling"*. Journal of Mining Science, 47(3): 338-359.
- [9] Espinoza, D., Marcos, G., Eduardo, M., and Newman, A. (2013). *"MineLib: a library of open pit mining problems"*. Annals of Operations Research, 206(1): 93-114.
- [10] Eduardo, M., Rezakhah, M., Newman, A., and Ferreira, F. (2017). *"Linear models for stockpiling in open-pit mine production scheduling problems"*. European Journal of Operational Research, 260(1): 212-221.