Journal of Mineral Resources Engineering, 8(1): 17-33, (2023)



Research Paper



(JMRE)

Application of Concentration-Area Fractal Model for Separating Hydrothermal Alteration Zones of Kerman Cenozoic Magmatic Arc (KCMA) Using ASTER Images Data

Mojeddifar S.^{1*}, Ostadmahdi Aragh N.²

1- Assistant Professor, Dept. of Mining Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran
 2- Ph.D Student, Dept. of Mining Engineering, Arak University of Technology, Arak, Iran

Received: 13 Aug. 2021

Accepted: 09 Mar. 2022

Abstract: Separating hydrothermal alteration zones is a main challenge in remote sensing science. The results showed that application of conventional methods based on spectral properties could not exactly separate hydrothermal alterations. Therefore, this research attempted to identify hydrothermal alteration zones in the study area by combining principal component analysis and concentration-area fractal model. The developed model was evaluated by confusion matrix, commission and omission error and total accuracy. The commission and omission error of phyllic zone is 4.51 and 9.13 percent, respectively, and the omission error of argillic zone is equal to 54.16 percent. The results indicated that concentration-area fractal model is able to identify phyllic, argillic and propylitic zones in the study area. Because of the same spectral signature of phyllic and argillic minerals, the concentration-area fractal model could not exactly discriminate these two alteration zones.

Keywords: Hydrothermal alteration, Principal component analysis, Concentration area.

How to cite this article

Mojeddifar, S., and Ostadmahdi Aragh, N. (2023). "Application of Concentration-Area Fractal model for separating hydrothermal alteration zones of Kerman Cenozoic Magmatic Arc (KCMA) using ASTER images data". Journal of Mineral Resources Engineering, 8(1): 17-33.

DOI: 10.30479/JMRE.2022.16044.1539

*Corresponding Author Email: mojeddifar@arakut.ac.ir

COPYRIGHTS



©2023 by the authors. Published by Imam Khomeini International University. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

INTRODUCTION

Separation of hydrothermal alteration zones is the main challenge of remote sensing science [1-5]. Various researches showed that the conventional image processing methods based on the spectral properties of pixels cannot easily separate hydrothermal alterations in the region. Therefore, other techniques should be used to identify alteration zones from each other. Some methods based on fractal geometry have been widely used in various sciences, especially geochemistry. These methods are one of the best methods in separating altered zones from each other. The present research aims to identify hydrothermal alteration zones in the study area by combination of principal component analysis and concentration-area model as a fractal technique.

METHOD

Concentration-Area fractal model

The fractal concentration-area model is used to provide a better view of the changes and differences in the image based on the values of the pixels, the frequency distribution of the pixels, as well as the spatial and geometric characteristics of the image patterns [6]. In this model, the goal is to establish a relationship between the area and the threshold of the reflection percentage. This relationship is described below:

$$A(PR \ge S) \propto PR^{-\alpha}$$

(1)

Where:

A(PR): the cumulative area enclosed by pixels whose reflection percentage is greater than or equal to S. S: the threshold in the log-log concentration- area plot.

 α : is the fractal dimension [7].

FINDINGS AND ARGUMENT

The results of principal components analysis for SWIR bands of ASTER and also for bands 4, 5 and 7 are presented in Table 1 and Table 2.

Eigen vector	Band 4	Band 5	Band 6	Band 7	Band 8	Band 9
PC1	-0.427598	-0.400889	-0.426348	-0.386474	-0.417658	-0.388427
PC2	-0.725287	-0.188249	-0.066972	0.113997	0.476143	0.440827
PC3	0.505706	-0.548788	-0.524832	0.094679	0.392172	0.069873
PC4	-0.185023	0.098481	-0.172764	0.788370	0.052759	-0.549463
PC5	-0.029049	-0.000579	0.299476	-0.394490	0.637657	-0.589272
PC6	0.017410	0.702128	0.647117	0.227000	-0.188843	-0.27608

 Table 1. Results from the principal components analysis of the SWIR bands

Table 2. Results from the principal components analysis of bands 4, 5 and 7

Eigen vector	Band 4	Bnad 5	Band 7
PC1	0.617593	0.568517	0.543476
PC2	0.776463	-0.330699	-0.536417
PC3	0.125235	-0.753277	0.645670

According to Table 1, the principal component analysis is suitable to detect Phyllic alteration based on the PC3. PC5 also presents the propylitic alteration minerals. According to Table 2, the PC3 image is introduced as the most suitable image to highlight the argillic alteration. To provide the pure pixels of alteration, the fractal model of concentration-area was used to determine the new classification. The results of the used fractal model are illustrated in Fig. 1 and the images are extracted based on the threshold of log-log plot of concentration-area model in Figures 2-4.



Figure 1. The log-log plot of percent reflection versus area, A: phillic alteration, B: propylitic alteration, C: argillic alteration



Figure 2. Image PC3 from 6 SWIR ASTER analysis for detecting Phyllic alteration using power-low formula



Figure 3. Image PC5 from 6 SWIR ASTER analysis for detecting Propylitic alteration using power-low formula



Figure 4. Image PC3 from 4, 5 and 7 ASTER bands for detecting argillic alteration using power-low formula

In order to evaluate the quality of the classification, the C-A fractal model is quantified in the form of a confusion matrix. According to Table 3, the error of removing the argillic zone is found to be 54.16%, which means that 54.16% of the pixels that belonged to the argillic zone, have classified in other zones mistakenly. The reason of this high error can be attributed to the lower number of training pixels compared to other zones. Also, due to the large number of training pixels in the Phyllic zone, the C-A model has been able to identify this type of alteration.

Confusion matrix	Phyllic (field)	Argillic (field)	Propylitic (field)	Total	Error of commission (%)
Phyllic (FIK)	507	51	0	558	9.13
argillic (FIK)	0	66	0	66	0
propylitic (FIK)	24	27	279	330	15.45
No alteration	60	0	213	273	
total	591	144	492	1227	
Error of omission (%)	4.51	54.16	0		Total accuracy: 89.30%

Table 3. The confusion matrix of classification results for Concentration-Area Fractal model

CONCLUSIONS

The results showed that the hybrid model of PCA and fractal model could be an effective tool to identify the phyllic, argillic, and propylitic pixels. The results of the confusion matrix indicated that the error of classification of the argillic zone is 54.16%. This high error is due to the lower number of training pixels in this zone compared to other zones. Also, due to the large number of training pixels in the phillic zone, the proposed algorithm is able to identify this type of alteration. Also, because of the same spectral signature of phillic and argillic minerals, the concentration-area fractal model could not exactly discriminate these two alterations.

REFERENCES

- Ahmadfaraj, M., Mirmohammadi, M., and Afzal, P., (2016). "Application of fractal modeling and PCA method for hydrothermal alteration mapping in the Saveh area (Central Iran) based on ASTER multispectral data". International Journal of Mining and Geo-Engineering, 50(1): 37-48.
- [2] Shahriari, H., Ranjbar, H., and Honarmand, M. (2013). "Image segmentation for Hydrothermal Alteration Mapping Using PCA and Concentration- Area Fractal Model". Natural Resources Research, 22: 191-206.
- [3] Masoumi, M., Honarmand, M., and Salimi, A. (2021). "Integration of concentration-area fractal model and relative absorption band depth method for mapping hydrothermal alterations using ASTER data". Remote Sensing Applications:

Society and Environment, 23: 100519.

- [4] Qiu, J. T., Zhang, C., and Hu, X. (2015). "Integration of concentration-area fractal modeling and spectral angle mapper for ferric iron alteration mapping and uranium exploration in the Xiemisitan Area, NW China". Remote Sensing, 7(10): 13878-13894.
- [5] Shahriari, H., Honarmand, M., and Ranjbar, H. (2015). "Comparison of multi-temporal ASTER images for hydrothermal alteration mapping using a fractal-aided SAM method". International Journal of Remote Sensing, 36(5): 1271-1289.
- [6] Cheng, Q., and Li, Q. (2002). "A fractal concentration-area method for assigning a color palette for image representation". Computers and Geosciences, 28(4): 567-575.
- [7] Goncalves, M. A., Vairinho, M., and Oliveira, V. (1998). "Study of geochemical anomalies in Mombeja area using multifractal methodology and geostatistics". Proceedings of International Association for Mathematical Geology Meeting, 6-9 October, Ischia, Italy, 2: 590-595.

نشریه مهندسی منابع معدنی، سال ۱۴۰۲، دوره هشتم، شماره ۱، ص ۳۳–۱۷



علمى-پژوهشى



سعید مجدی فر'*، نسترن استادمهدی عراق۲

۱ - استادیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اراک، اراک ۲- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اراک، اراک

یدیوش: ۱٤٠٠/١٢/١٨ در بافت: ۱٤۰۰/۰٥/۲۲

چکىدە

در این تحقیق با ترکیب روشهای آنالیز مولفههای اصلی و فرکتال غلظت– مساحت، زونهای دگرسانی هیدروترمال موجود در منطقه تفکیک و عملکرد روش به صورت نقطهای ارزیابی شده است. آنالیز مولفههای اصلی الگوریتم توانمندی برای جدایش زونهای دگرسانی با استفاده از تصاویر ماهوارهای است که در این آنالیز استفاده شده است ولی جدایش دقیق زونهای دگرسانی از یکدیگر هدف مورد نظر این تحقيق است كه براي اين منظور مدل فركتال غلظت- مساحت با آناليز مولفههاي اصلي تلفيق شد تا تمايز نقطهاي دگرسانيها بررسي شود. نتایج به دست آمده با استفاده از ماتریس درهم آمیختگی، تابع خطای حذف، تابع خطای انجام و پارامتر صحت کل مورد ارزیابی قرار گرفت. تابع خطای حذف بر روی نتایج این تحقیق نشان میدهد که مدل ترکیبی استفاده شده خطای ۵۴٬۱۶ درصد برای جدایش زون آرژیلیک دارد و این بدان معنی است که ۵۴٫۱۶ درصد از پیکسلهایی که متعلق به زون آرژیلیک بودهاند به اشتباه در زونهای دیگر طبقهبندی شدهاند که بیشترین سهم متعلق به زون فیلیک است. نتایج بیان میکند مدل فرکتال غلظت– مساحت توانسته است هر کدام از دگرسانیهای فیلیک، آرژیلیک و پروپیلیتیک را در منطقه شناسایی کند، اما به دلیل اینکه کانیهای شاخص دگرسانی فیلیک و آرژیلیک اثر انگشت طیفی مشابهی دارند، مدل فرکتال غلظت – مساحت قادر به تفکیک دقیق این دو دگرسانی نبوده است.

كلمات كليدي

دگرسانی هیدروترمال، آنالیز مولفههای اصلی، مدل فرکتال غلظت – مساحت.

استناد به این مقاله

مجدی فر، س.، استادمهدی عراق، ن.؛ ۱۴۰۱؛ **"کاربرد مدل فرکتال غلظت–مساحت در تمایز زونهای دگرسانی هیدروترمال کمان ماگمایی** سنوزوئیک کرمان با استفاده از تصاویر ASTER". نشریه مهندسی منابع معدنی، دوره هشتم، شماره ۱، ص ۳۳–۱۷. DOI: 10.30479/JMRE.2022.16044.1539

نويسنده مسئول و عهده دار مكاتبات Email: mojeddifar@arakut.ac.ir

وأنكاه بزا بمسلط مايتمني

دوره هشتم، شماره ۱، بهار ۱٤٠٢، صفحه ۲۲ تا ۳۳

Vol. 8, No. 1, Spring 2023, pp. 22-33

حقمؤلف © نویسندگان ناشر: دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)



 (\mathbf{i})

۱– مقدمه

یردازش تصاویر سنجش از دور برای تفکیک دگرسانیهای هیدروترمال، در مواردی که طیف اولیه پیکسلها در دسترس نیست، یکی از بحثهای چالش برانگیز برای محققان است [۵-1]. تحقیقات نشان میدهد که روشهای مرسوم پردازش تصاویر مبنی بر خصوصیات طیفی پیکسلها، به راحتی نمى تواند دگرسانى هاى هيدرو ترمال منطقه را از يكديگر تفكيك کند و زونهای دگرسانی که اثر انگشت طیفی مشابهی ندارند به راحتی از یکدیگر تفکیک نمی شوند، بنابراین باید به کمک علوم مختلف، روشهای دیگری را در شناسایی دگرسانیها و اکتشاف ذخایر معدنی به کار گرفت. روشهای مبتنی بر هندسه فرکتال، در علوم مختلف به ویژه ژئوشیمی کاربرد گستردهای داشته است. این روشها با توجه به خصوصیاتی چون استفاده از تمام دادهها، در نظر گرفتن شکل هندسی و توجه به نوع توزیع دادهها از بهترین روشها در تفکیک زونهای دگرسان شده از سایر مناطق است. مدلهای فرکتالی شامل روشهای مختلفیاند که همگی از رابطه توانی تبعیت می کنند. احمدفرج و همکارانش، مدل فرکتال غلظت- مساحت را برای تفکیک زونهای دگرسانی هیدروترمال در منطقه مورد مطالعه خود به کار گرفتند[۱]. آنها مقادیر پیکسلها را بر اساس خروجیهای مربوط به روش آنالیز مولفههای اصلی که برای شناسایی زونهای دگرسانی فیلیک، آرژیلیک و پروپیلیتیک به کار گرفته شده بودند، محاسبه کردند. نتایج به دست آمده حاکی از آن بود که روند اصلی زونهای دگرسانی در جهت شمالغربی- جنوب شرقیاند. همچنین آنها با مقایسه نقشههای زمینشناسی منطقه مورد مطالعه و کانیسازی مس دریافتند که زونهای دگرسانی به درستی آشکار شدهاند و مرتبط به رخدادهای کانیزایی و سنگهای نفوذی و گسلها هستند. افضل و همكاران دو مدل فركتال غلظت- مساحت و طیف توان- مساحت را با یکدیگر مقایسه کردند[۶]. شهریاری و همکاران، برای نقشهبرداری دگرسانیهای هیدروترمال منطقه دره زار، تئوری فرکتال را در پردازش تصاویر حاصل از آنالیز مولفههای اصلی به کار گرفتند[۲]. دلیل استفاده از تصویر آنالیز مولفههای اصلی، افزایش وابستگی میان دگرسانیهای هیدروترمال در منطقه مورد مطالعه بود. آنها بر اساس مدل فرکتال $DN-A^{i}$ و نیز مشاهدات صحرایی و آزمایشگاهی، توانستند دگرسانیهای منطقه مورد مطالعه را به ۴ کلاس اصلی افراز کنند. این ۴ کلاس شامل: ۱- رخنمونی از

دگرسانی فیلیک منطقه کانیزایی، ۲- دگرسانی فیلیک (شدید و ضعیف)، ۳- زون انتقالی بین زونهای دگرسانی فیلیک و پروپیلیتیک، ۴- زون دگرسانی پروپیلیتیکاند. تحقیق حاضر تلاش می کند جدایش زونهای دگرسانی فیلیک، آرژیلیک و پروپیلیتیک را از یکدیگر در کمان ماگمایی کرمان مورد مطالعه قرار دهد. کانیهای دگرسانی زون فیلیک همپوشانی طیفی بالایی با کانیهای زون آرژیلیک دارند. شکل ۱ اثر انگشت طیفی کانی های زون آرژیلیک (کائولینیت) و زون فیلیک (موسکویت) را بر اساس باندهای سنجنده آستر نشان میدهد. بر اساس شکل ۱، شباهت طیفی قابل توجهی میان کانیهای غالب زون دگرسانی آرژیلیک و فیلیک وجود دارد که قطعا در روش نسبتهای باندی نمی توان این دو زون دگرسانی را از یکدیگر به صورت دقیق تفکیک کرد، بنابراین این تحقیق تلاش می کند از آنالیز مولفههای اصلی استفاده کند و برای ارتقا توانمندی این روش، خروجی این الگوریتم با مدل فرکتال تحلیل می شود تا جوامع آماری مستتر در خروجی های مولفههای اصلی تفکیک شوند و بتوان دگرسانیهای منطقه را با دقت بالاتری شناسایی کرد.



شکل ۱: نمودار بازتابش طیفی کانیهای موسکویت و کائولینیت

۲- زمینشناسی و دادههای مورد استفاده

منطقه مورد مطالعه در بخش جنوبی کمربند آتشفشانی-رسوبی ایران مرکزی قرار گرفته است. ناحیه مورد مطالعه، خاستگاه کانسارهای پورفیری مهمی همچون کدر، گودکولواری، ایجو، سرنو و چاه فیروزه و در جنوبغربی شهر کرمان واقع شده است. آمیزه رنگین کرتاسه قدیمی ترین و نهشتههای کواترنر و مخروط افکنههای گراولی در زمره جوان ترین رخنمونهای

ناحیه مطالعاتی قرار دارند. رسوبات کرتاسه عمدتا از سنگهای فلیشی تشکیل شدهاند. سنگهای رسوبی کمپلکس آتشفشان رسوبی اغلب از نوع ماسهسنگ و اندکی سنگ آهکاند. سنگهای آتشفشانی به وسیله سنگهای نفوذی الیگوسن میوسن با جنس گرانودیوریت، کوارتز دیوریت، مونزونیت، تونالیت وگرانیت تسخیر شدهاند. سنگهای آتشفشانی به واسطه همجواری با تودههای نفوذی، در بسیاری موارد دچار واسطه همجواری با تودههای نفوذی، در بسیاری موارد دچار دگرسانی و تغییر شدهاند. اغلب سنگهای نفوذی و آتشفشانی به طور درجا دچار دگرسانی هیدروترمال و کانیسازی شدهاند. شایعترین دگرسانی هیدروترمال ناحیه قرار دارند. رسوبات شایعترین دگرشانی هیدروترمال ناحیه قرار دارند. رسوبات که به طور درگرشیب به وسیله سازندهای ائوسن پوشیده میشوند. ضخامت این سریها بالغ بر ۲۰۰ متر است. رسوبات

نئوژن به وسیله یک دگرشیبی، میان پایینترین و بالاترین عضوها جدا شدهاند. عضو پایینی عمدتا از ماسهسنگهای متوسط تا ریزدانه همراه با رگههای ژیپس و تداخلات هالیت شکل می گیرد. عضو بالایی شامل رسوباتی است که طبقهبندی سستی را نشان میدهند و استحکام کافی ندارند [۷]. شکل ۲ تصویر زمینشناسی منطقه مورد مطالعه را نشان میدهد. این تحقیق از سه تصویر سنجنده آستر در سطح L1B استفاده کرده است. دو تصویر در ۱۸ آوریل ۲۰۰۰ و تصویر دیگر در ۱۵ ژوئن ۲۰۰۷ گرفته شده است.

ابتدا تصحیح کراستاک بر روی تصاویر انجام شد، سپس خروجیهای حاصل با IARR تصحیح رادیومتریک شدند و به صورت موزاییک در کنار یکدیگر قرار گرفتند. در شکل ۳ ذخایر معدنی منطقه مورد مطالعه بر روی تصویر ماهوارهای استر نشان داده شده است.



شکل ۲: تصویر زمینشناسی منطقه مورد مطالعه

٣- مدل فركتال غلظت- مساحت

مدل فرکتال غلظت- مساحت تنها در ارتباط با جداسازی آنومالیهای ژئوشیمیایی نیست بلکه کاربرد گستردهتری در طبقهبندی تصاویر ماهوارهای دارد [۲۴–۸]. یک تصویر سنجش از دور شامل آرایشی از پیکسلهاست. هر پیکسل به وسیله یک مقدار عددی که درصد بازتاب (۲۳⁻) را نشان میدهد، نشانه گذاری شده است. مدل فرکتال غلظت- مساحت برای ارایه دید بهتری از تغییرات و اختلافات موجود در تصویر بر اساس مقادیر پیکسلها، توزیع فراوانی پیکسلها و همچنین خصوصیات فضایی و هندسی الگوهای تصویر استفاده میشود [۱۵]. در این مدل هدف برقرار کردن رابطهای میان مساحت و حد آستانهای مقدار درصد بازتاب است. این رابطه به صورت رابطه ۱ بیان میشود:

$$A(PR \ge S) \propto PR^{-\alpha} \tag{(1)}$$

که در آن (A(PR) مساحت تجمعی محصور شده به وسیله پیکسلهایی است که مقدار درصد بازتاب آنها بزرگتر و مساوی S است. S حد آستانهای در نمودار تمام لگاریتمی عیار مساحت است. توان پارامتر مرتبط با بعد فرکتال است [17]. پس از مشخص شدن این مقادیر، نمودار تمام لگاریتمی (A(PR) در مقابل درصد بازتاب رسم می شود. نمودار حاصله شامل مجموعهای از خطوط مستقیم و قطعه قطعه است. هر قطعه

از این نمودار معرف یک جمعیت (نوعی دگرسانی هیدروترمال) است. در صورتی که نمودار متعلق به یک جمعیت باشد، توزیع ساده فرکتالی خواهد بود و اگر نمودار به صورت چند قطعه از خطوط مستقيم باشد، توزيع مولتي فركتالي خواهد بود. هر کدام از این قطعه خطها در یک بازه از مقادیر درصد بازتاب، خاصیت خودتشابهی دارند. نقاط شکست بین قطعه خطهای مستقیم معرف حد آستانهاند، بنابراین در هر قطعه یک حد آستانهای بالا و یک حد آستانهای پایین وجود دارد که برای تفکیک جمعیتها و طبقهبندی تصویر استفاده میشوند. بزرگترین تفاوت بین بعدهای فرکتال، وضوح در جدایش جمعیتها است. بعد هر جامعه را می توان از طریق شیب خط برازش شده به دست آورد. بعد فرکتالی دگرسانیهای مختلف با یکدیگر متفاوت است. با توجه به این که ماهیت فرکتالی توزیع عناصر در محیط اثبات شده است، می توان از این روش برای تفکیک دگرسانیهای هیدروترمال از یکدیگر استفاده کرد. گاه در نمودارهای تمام لگاریتمی، خطوط به جای قرار گیری در یک راستا به صورت منحنی (طیف مولتی فرکتال) دیده می شوند. دگرسانیهای هیدروترمال به طور معمول از توزیعهای نمایی مختلفى تبعيت مىكنند، بنابراين باعث ايجاد نمودار مولتى فرکتالی میشوند. در هر نمودار، عیار مساحتی با عیارهای بزرگتر از درصد بازتاب یک رابطه نمایی را نشان میدهد. بدین معنى كه با افزايش مقادير بازتاب، مساحت كم مي شود [۲].



شکل ۳: تصویر ترکیب رنگی کاذب منطقه مورد مطالعه (باند ۴: قرمز، باند ۶: سبز، باند ۱: آبی)؛ (مناطق کانیسازی شده منطقه شامل ۱) کدر، ۲) گودکلواری، ۳) ایجو، ۴) سرنو، ۵) چاه فیروزه، ۶) میدوک و ۷) آبدر هستند.)

هیدروترمال منطقه جنوب غربی کرمان، دو راهبرد با استفاده

از آنالیز مولفههای اصلی به کار گرفته شد. در راهبرد اول آنالیز

مولفههای اصلی بر روی ۶ باند SWIR استر انجام گرفت و در

راهبرد دوم صرفا باندهای ۴، ۵ و ۷ برای بررسی نتیجههای

دقیقتر استفاده شد. نتایج آنالیز مولفههای اصلی انتخابی برای

۶ باند "SWIR استر و همچنین برای باندهای ۴، ۵ و ۷ در

دگرسانی فیلیک بر اساس بیشترین اختلاف مشاهده شده

بین باند ۴ به عنوان بیشترین بازتاب و باند ۶ به عنوان

بیشترین جذب، تصویر مولفه اصلی سوم است. همچنین PC5

بیشترین اختلاف را بین باندهای ۷ و ۹ و باند ۸ که به ترتیب

ویژگیهای بازتاب و جذب کانیهای دگرسانی پروپیلیتیک را

به هم مرتبط میکنند، نشان میدهد، بنابراین تصویر PC5

کانیهای دگرسانی پروپیلیتیک را آشکار میکند. مطابق

جدول ۲، با بررسی بین باندهای ۵ و ۷ به عنوان بیشترین

بازتاب و بیشترین جذب، تصویر PC3، مناسبترین تصویر

برای شناسایی دگرسانی آرژیلیک معرفی شد. هر پیکسل از

تصوير خروجي آناليز مولفههاي اصلى حاصل تركيب خطى

همه باندهای ورودی است. این پیکسلها خواص طیفی اولیه

خود را از دست دادهاند و نمیتوان آنها را به وسیله روشهایی

که نیاز به تجزیه و تحلیل طیفی دارند، طبقهبندی کرد، بنابراین

برای حل این مساله، روش فرکتال غلظت- مساحت برای

دریافت اطلاعات درباره انواع دگرسانیهای موجود در منطقه

استفاده شد. در ابتدا با توجه به ابعاد و تعداد پیکسلهای تصویر

ماهوارهای منطقه مورد مطالعه، مقادیر عددی پیکسلهای هر

یک از تصاویر به ۵۰ کلاس تقسیم شد. با افزایش ابعاد تصویر

تعداد كلاسها افزایش می یابد تا تغییرات با عبور از جامعهای

به جامعه دیگر به طور محسوس تر بارز شوند و تفکیک پذیری

مطابق جدول ۱، مولفه اصلی مناسب برای آشکارسازی

جدول ۱ و جدول ۲ ارایه شده است.

۴ – نقشهبرداری دگرسانیهای هیدروترمال

کانسارهای مس یورفیری منطقه مورد مطالعه از نوع مونزونیتی هستند که چهار نوع دگرسانی بارز پتاسیک، یرویلیتیک، آرژیلیک و فیلیک در آنها یافت می شود. کانیهای مهم دگرسانی فیلیک عبارتاند از کوارتز، پیریت، پیروفیلیت، کائولن و سریسیت که کانیهای فرعی آن شامل کلسیت، آپاتیت و انيدريت است. در صورت افزايش فلدسپات پتاسيمدار زون فیلیک به زون پتاسیک و در صورت افزایش کانیهای رسی به زون آرژیلیک تبدیل می شود. در اکثر ذخایر ماگمایی و گرمایی، زون فیلیک یا سریسیت کوارتز یافت می شود. دگرسانی فیلیک در کانسارهای مس پورفیری از داخل به زون پتاسیک و به سمت بیرون به زون پروپلیتیک (کلسیت، اپیدوت- کلریت) و از بالا به زون آرژیلیک (کائولینیت، مونت موریلونیت) ختم می شود. محدوده يون هيدروكسيل (Al-OH 'Mg-OH 'Fe-OH) که از شایعترین اجزای سازنده در رسها، میکاها و کلریتاند، بازتاب و جذب شاخصی را در محدوده SWIR از تصاویر استر نشان میدهند. جذب CO3 در این محدوده طیفی نیز با دگرسانی کانیهای اپیدوت، کلسیت و کلریت در ارتباطاند. زون فیلیک با کانی های ایلیت، مسکویت و کوارتز شاخص مى شود. موسكويت و ايليت با ارتعاش مولكولى Al-OH یک جذب اصلی در طول موج ۶٬۶ میکرومتر و یک جذب کمتر در طول موج ۶٬۳۸ میکرومتر را نشان میدهند. زون آرژلیک شامل کانی های کائولینیت، آلونیت و مونتموریونیت یک جذب در طول موج ۶٬۶ میکرومتر و جذب ضعیف تر را در طول موج ۶۰٫۶ میکرومتر نشان میدهند. در زون پروپلیتیک کانیهای شاخص کلریت، اپیدوت و کلسیت با بازتاب طیفی در اثر ارتعاش مولكولي Mg-OH ،Fe-OH و CO3 مشخص می شوند. این جذبها در طول موج ۶٬۳۳ تا ۶٬۳۰ میکرومتر رخ میدهند. بر این اساس برای نقشهبرداری دگرسانیهای

		-	-			
بردار ويژه	باند ۴	باند ۵	باند ۶	باند ۷	باند ۸	باند ۹
PC1	-•,۴۲۷۵۹۸	-•,۴•• λ λ٩	-•,۴۲۶۳۴ λ	-•,٣ ٨ ۶۴٧۴	-•,۴۱۷۶۵۸	-•,٣ ٨ λ۴۲٧
PC2	-•,VT&TAV	-•,\XXTF9	-•,• ۶ ۶۹۷۲	۰, ۱۱۳۹۹ ۷	•,416142	• <i>,</i> ** • XY
PC3	۰,۵۰۵۲ <i>۰۶</i>	-•,۵۴۸۷۸۸	-•,&TFXTT	۰,·۹۴۶۷۹	۰,٣٩٢١٧٢	۰,۰۶۹ ۸ ۷۳
PC4	-•,1XQ•22	۰,۰ ۹ ۸۴ ۸۱	-•,1VTV۶۴	·/YXXX"Y·	۰,۰۵۲۷۵۹	-•,&f9f9r
PC5	-•,•٢٩•۴٩	-•,••• ۵۷۹	•,٢٩٩۴٧۶	-•,٣٩ ۴ ۴٩•	۰,۶۳۷۶۵۷	-•,۵λ9777
PC6		· V · L) L V	· 84111	•	-•/18886	-•,778•1

جدول ۱: جدول حاصل از آنالیز مولفههای اصلی انتخابی ۶ باند SWIR آستر

دگرسانیها با دقت بیشتری انجام شود، سپس فراوانی مقادیر عددی پیکسلها در هر کلاس به صورت تجمعی محاسبه شد. در مرحله بعد نمودار تمام لگاریتمی درصد بازتاب در مقابل مساحت برای هر تصویر ترسیم شد (شکلهای ۳ و ۴). برای تعیین بعد فرکتال برای هر جامعه حداقل دو و حداکثر سه خط بر روی دادهها برازش و در نهایت محل تقاطع خطوط مشخص شد.

توزیع مولتی فرکتالی دارند. این نمودارها بیانگر سه جامعه غیردگرسان، دگرسانی ضعیف و دگرسانی شدید در توزیع فیلیک، آرژیلیک و پروپیلیتیکاند، اما برای کاهش عدم قطعیت، در جدول ۳ تنها مناطق با دگرسانی شدید مورد توجه قرار گرفتهاند و سایر مناطق به عنوان زمینه معرفی می شوند.

برای	زمينه	و	شديد	دگرسانی	مناطق	آستانهای	حد	۳:	جدول
				فيليک	گرسانی	ა			

همانطور که شکل ۳ نشان میدهد، تمام دگرسانیها

دگرسانی	مناطق دگرسانی شدید	زمينه
فيليک	•,•۵۳۷۸_•,۲۶۶۴۸	-•,۲۵۴۵۷۹_•,•۵۳۷۸
پروپيليتيک	-•,\\W\9X_•,•۶۵XY	۰,۰۶۵۸۷ <u></u> ,۲۷۱۹۳۷
آرژیلیک	۰,۵۴۲۵ <u></u> ,۶۰۳۹	•,••۶•٩_•,۵۴۲۵



بردار ويژه	باند ۴	باند ۵	باند ۷
PC1	۶1V۵۹۳،	۰,۵۶۸۵۱۷	•,648479
PC2	•,778488	-•, ٣ ٣•۶٩٩	-•,۵۳۶۴۱V
PC3	•,182880	-•,V&TTVV	•,84081•



شکل ۴: نمودار لگاریتمی فراوانی پیکسل ها در مقابل مساحت، الف) دگرسانی فیلیک، ب) دگرسانی پروپیلیتیک، ج) دگرسانی آرژیلیک

نشريه مهندسي منابع معدني

با توجه به جدول ۳ مشخص می شود که مناطق کانی سازی شده (دگرسانی شدید) مقادیری بین ۲۶۶۴۸ ۲۰٬۰۵۳۷۹ دارند. فراوانی کل پیکسلهای موجود در محدوه کانی سازی ۷۹۴۲ عدد است. این مقدار ۱٫۵ درصد از کل پیکسلهای موجود در تصویر را شامل می شود. همچنین بخشهای زمینه و دگرسانی ضعیف مقادیری بین ۵۳۷۸ ۲۰۰۰ دارند. در شکل ۵ مناطق کانی سازی شده با رنگ قرمز بارز شدهاند. همان طور که مشاهده می شود، مدل فرکتال غلظت - مساحت توانسته است مناطق معدنی کدر، میدوک و آبدر را با دقت مقایسه با سه منطقه یاد شده وضوح کمتری را نشان می دهند. همچنین منطقه چاه فیروزه در این تصویر نمود چندانی ندارد. این روش پوششهای گیاهی منطقه را آشکارسازی نکرده است و از این نظر ارزش اطلاعاتی بالایی دارد.

مطابق جدول ۳، مناطق کانیسازی شده (دگرسانی شدید) مقادیری بین ۰٫۰۶۵۸۷_۰٫۱۳۱۹۸ دارند. فراوانی کل پیکسلهای موجود در این محدوده ۴۸۷۶۹ عدد است که شامل ۹ درصد از کل پیکسلهای موجود در تصویر است. بخشهای زمینه و دگرسانی ضعیف مقادیری بین ۲۷۱۹۳۷ مرکر ۰٫۰۶۵۸۷

شدهاند. همان طور که در این تصویر مشاهده می شود، مدل ارایه شده توانسته است دگرسانی پروپلیتیک را در اطراف مناطق معدنی کدر، گود کلواری، میدوک و آبدر به عنوان خارجی ترین زون دگرسانی در کانسارهای مس پورفیری آشکار کند، اما در اطراف مناطق ایجو، سرنو و چاه فیروزه این دگرسانی نمود چندانی ندارد. این روش در بعضی از قسمتها پوشش گیاهی را به اشتباه به عنوان منطقه کانی سازی شده شناسایی کرده است که مشکل این روش به حساب می آید.

با توجه به جدول ۳، مشخص می شود که مناطق کانی سازی شده (دگر سانی شدید) مقادیری بین ۶۰۳۹ - ۵٬۴۲۵ دارند. فراوانی پیکسل های موجود در این محدوده ۱۱۶۲ عدد است که در واقع ۲۱٫۰۱ درصد از کل پیکسل های موجود در تصویر را شامل می شود. بخش های زمینه و دگرسانی ضعیف مقادیری شامل می شود. بخش های زمینه و دگرسانی ضعیف مقادیری بین ۵٬۵۴۲۵ - ۲۰۶۰۹ دارند. در شکل ۲، مناطق کانی سازی شده با رنگ قرمز نشان داده شدهاند. همان طور که مشاهده می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلظت - مساحت توانسته است دگرسانی می شود، مدل فر کتال غلق معدنی کدر، میدوک و آبدر را به خوبی در تصویر بارز سازد، اما مناطق گود کلواری، ایجو، سرنو و چاه فیروزه در این تصویر نمود چندانی ندارد. همچنین پوشش



شکل ۵: تصویر PC3 حاصل از آنالیز ۶ باند کوتاه موج استر برای آشکارسازی دگرسانی فیلیک به وسیله رابطه توانی



شکل ۶: تصویر PC5 حاصل از آنالیز ۶ باند SWIR استر برای آشکارسازی دگرسانی پروپیلیتیک به وسیله رابطه توانی



شکل ۲: تصویر PC3 حاصل از آنالیز باندهای ۴، ۵، ۲ برای آشکارسازی دگرسانی آرژیلیک به وسیله رابطه توانی

۵- اعتبارسنجی مدل فرکتال غلظت- مساحت

مجدی فر و همکاران و هنرمند و همکاران، منطقه مورد مطالعه این تحقیق را مورد بازدید و نمونهبرداری و مطالعه قرار دادند[۱۷،۱۶]. آنها با مطالعه مقاطع نازک و صیقلی نمونههای برداشتی از منطقه، آنالیز XRD و تست اسپکترورادیومتری نمونهها دریافتند که دگرسانی سریسیتی، غالبترین دگرسانی در منطقه مورد مطالعه است. این زون دگرسانی در ارتباط با کانیسازیهای مس منطقه خود را نشان داده است و در بعضی مناطق همراه با زون دگرسانی آرژیلیکی و سیلیسی شدن نیز در اطراف رخنمونهای کانیسازی شده مس منطقه به ویژه در محدوده پرکام و ایجو مشاهده می شود. شکل ۸-الف نمایی از رخنمون دگرسانی آرژیلیک در منطقه کدر را نشان می دهد. فلدسپارهای سنگ دگرسان منطقه به کایولینیت،

ایلیت و سریسیت تبدیل شدند که در مقطع ناز ک شکل ۸-ب قابل مشاهده است. برای دریافت نتایج دقیق تر، نمونههای این منطقه مورد آنالیز XRD و اسپکترورادیومتری قرار گرفت که در شکلهای ۸-ج و ۸-د نتایج آن گزارش شده است. بر اساس نتایج این مطالعات، پیکسلهایی از تصویر انتخاب شدند قطعا در زونهای دگرسانی منطقه قرار دارند و در این تحقیق استفاده شد تا نتایج مدل فرکتال غلظت- مساحت صحتسنجی شود. ۵۹۱ پیکسل از زون فیلیک، ۱۴۴ پیکسل از زون آرژیلیک و ۴۹۲ پیکسل از زون فیلیک، ۱۴۴ پیکسل مناطق کانیسازی شده انتخاب شد. موقعیت این پیکسلها با رنگ قرمز، سبز و آبی به ترتیب برای زون فیلیک، آرژیلیک و پروپیلیتیک در شکل ۹ نشان داده شده است. شکل ۹ صرفا پیکسلهای منتخب دگرسانی منطقه را بر اساس مطالعات صحرایی نشان میدهد که برای صحتسنجی نتایج این تحقیق







شکل ۸: الف)رخنمون دگرسانی آرژیلیک در محدوده معدنی کدر، ب)مقطع نازک نمونه محدوده معدنی کدر که تبدیل فلدسپارهای منطقه به کانیهای رسی را نشان میدهد، ج) نمودار آنالیز XRD نمونه محدوده کدر که پیک غالب آن حضور کانیهای رسی را اثبات میکند، د) طیف ثبت شده به وسیله آنالیز اسپکترورادیومتر نمونه محدوده کدر

استفاده می شود.

در ادامه برای ارزیابی کیفیت طبقهبندی، مدل فرکتال غلظت- مساحت در قالب ماتریس درهم آمیختگی کمیسازی شد. ماتریس درهم آمیختگی جدولی با تعداد سطرها و ستونهای برابر با تعداد کلاسها است که برای ارزیابی کمی روش مورد نظر ارایه شده است. به همین منظور این ماتریس برای سه نوع دگرسانی فیلیک، آرژیلیک و پروپیلیتیک در جدول ۴ ارایه شده است. در ماتریس درهم آمیختگی جدول ۴، هر ستون درباره پیکسلهای واقعی به کار گرفته شده در یک زون اطلاعات میدهد. بدین معنی که تعداد پیکسلهای استخراج شده از زون فیلیک ۵۹۱ عدد است که مدل فرکتال

غلظت- مساحت تعداد ۵۰۷ پیکسل را به عنوان زون فیلیک، ۲۴ پیکسل به عنوان زون پروپیلیتیک و ۶۰ پیکسل را به عنوان زون غیردگرسان یا طبقهبندی نشده تشخیص داده است. هر ردیف از ماتریس درهم آمیختگی نیز درباره پیکسلهای طبقهبندی شده به وسیله مدل فرکتال غلظت- مساحت در هر زون اطلاعات میدهد. بدین ترتیب که تعداد پیکسلهای انتخاب شده به عنوان زون فیلیک به وسیله مدل فرکتال غلظت- مساحت برابر ۵۵۸ پیکسل است که تنها ۵۰۷ پیکسل آن به درستی انتخاب و ۵۱ پیکسل از زون آرژیلیک به اشتباه به عنوان زون فیلیک طبقهبندی شده است. برای کمیسازی کیفیت طبقهبندی مدل فرکتال غلظت- مساحت با استفاده از



شکل ۹: زونهای دگرسانی منتخب بر اساس مطالعات صحرایی در منطقه مورد مطالعه (قرمز: فیلیک، سبز: آرژیلیک، آبی: پروپیلیتیک)

ماتریس درهم آمیختگی	فيليک (واقعي)	آرژیلیک (واقعی)	پروپیلیتیک (واقعی)	جمع کل پیکسل	خطای انجام
فیلیک (غلظت-مساحت)	۵۰۷	۵١	•	۵۵۸	<u>۱۳</u>
آرژیلیک (غلظت-مساحت)	•	66	•	<i>۶۶</i>	·/.•
پروپیلیتیک (غلظت-مساحت)	74	۲۷	۲۷۹	۳۳۰	7.10,40
غيردگرسان	۶.	•	۲۱۳	۲۷۳	_
جمع کل پیکسل ها	۵۹۱	144	497	١٢٢٧	-
خطای حذف	%۴,۵۱	1.24,18	7.•	_	صحت کل: ۸۹٬۳٪

جدول ۴: ماتریس درهم آمیختگی نتایج طبقهبندی مدل فرکتال غلظت- مساحت

دگرسانیهای فیلیک، آرژیلیک و پروپیلیتیک است. برای ارزیابی خطای طبقهبندی، ماتریس درهم آمیختگی بررسی شد. نتایج ماتریس درهم آمیختگی حاکی از آن است که خطای حذف زون آرژیلیک برابر با ۵۴٬۱۶ درصد است. این خطای بالا ناشی از کمتر بودن پیکسلهای آموزشی در این زون نسبت به زونهای دیگر است، اما با توجه به صفر بودن مقدار خطای انجام زون آرژیلیک، مدل فرکتال غلظت- مساحت عملکرد مناسبی در طبقهبندی تصویر داشته است. همچنین به دلیل بیشتر بودن تعداد پیکسلهای آموزشی زون فیلیک، مدل یاد شده این نوع دگرسانی را به خوبی بارز کرده است. در نهایت مى توان اظهار داشت كه مدل فركتال غلظت- مساحت توانسته است هر کدام از دگرسانیهای فیلیک، آرژیلیک و پروییلیتیک را در مناطق پتانسیل دار کدر، میدوک و آبدر به خوبی و با دقت بالایی شناسایی کند، اما به دلیل شباهت اثر انگشت طیفی کانیهای شاخص فیلیک و آرژیلیک مدل ارایه شده قادر به تفکيک دقيق اين دو دگرساني نبوده است.

۷- مراجع

- Ahmadfaraj, M., Mirmohammadi, M., and Afzal, P. 2016. "Application of fractal modeling and PCA method for hydrothermal alteration mapping in the Saveh area (Central Iran) based on ASTER multispectral data". International Journal of Mining and Geo-Engineering, 50(1): 37-48.
- [2] Shahriari, H., Ranjbar, H., and Honarmand, M. (2013). "Image segmentation for Hydrothermal Alteration Mapping Using PCA and Concentration- Area Fractal Model". Natural Resources Research, 22: 191-206.
- [3] Masoumi, M., Honarmand, M., and Salimi, A. (2021). "Integration of concentration-area fractal model and relative absorption band depth method for mapping hydrothermal alterations using ASTER data". Remote Sensing Applications: Society and Environment, 23: 100519.
- [4] Qiu, J. T., Zhang, C., and Hu, X. (2015). "Integration of concentration-area fractal modeling and spectral angle mapper for ferric iron alteration mapping and uranium exploration in the Xiemisitan Area, NW China". Remote Sensing, 7(10): 13878-13894.
- [5] Shahriari, H., Honarmand, M., and Ranjbar, H. (2015). "Comparison of multi-temporal ASTER images for hydrothermal alteration mapping using a fractal-aided SAM method". International Journal of Remote Sensing, 36(5): 1271-1289.

ماتریس درهم آمیختگی، توابع خطای حذف و انجام محاسبه میشوند[۱۸]. همچنین پارامتر صحت کل نیز به کار گرفته میشود[۱۸].

خطای حذف برای زون فیلیک به این معنی است که ۴٫۵۱ درصد از پیکسلهایی که متعلق به زون فیلیکاند به اشتباه در زونهای دیگر طبقهبندی شدهاند و خطای انجام زون فیلیک این مفهوم را دارد که ۹٬۱۳ درصد از پیکسلهای متعلق به زونهای دیگر به اشتباه در زون فیلیک قرار گرفتهاند. پارامتر صحت کل که نسبت پیکسلهای صحیح طبقهبندی شده را به کل پیکسلها نشان میدهد در حالت ایدهآل باید برابر ۱۰۰ درصد باشد. با توجه به جدول ۴، مشاهده می شود که خطای حذف زون آرژیلیک برابر با ۵۴٬۱۶ درصد به دست آمده است و این بدان معنی است که ۵۴٬۱۶ درصد از پیکسلهایی که متعلق به زون آرژیلیک بودهاند به اشتباه در زونهای دیگر طبقهبندی شدهاند. دلیل این خطای بالا را میتوان در کمتر بودن تعداد پیکسلهای آموزشی نسبت به زونهای دیگر دانست، اما با توجه به این که میزان خطای انجام زون آرژیلیک صفر بوده است، مى توان نتيجه گرفت كه مدل فركتال غلظت-مساحت عملکرد خوبی را در رابطه با طبقهبندی تصویر داشته است. همچنین با توجه به تعداد بالای پیکسلهای آموزشی زون فیلیک، مدل فرکتال غلظت- مساحت به خوبی توانسته است این نوع دگرسانی را شناسایی کند، بنابراین همانطور که در شکل ۲ نشان داده شد، اندیسهای موجود در منطقه مورد مطالعه شامل كدر، گودكلوارى، ايجو، سرنو، چاه فيروزه، میدوک و آبدر هستند که مدل فرکتال غلظت- مساحت توانسته است مناطق كدر، ميدوك و آبدر را با دقت بالايي آشکار کند، اما مناطق گودکلواری، ایجو و سرنو نسبت به سه منطقه یاد شده وضوح کمتری دارند. منطقه چاه فیروزه نیز در تصاویر حاصل نمود چندانی نداشته است.

۶- نتیجهگیری

این تحقیق برای شناسایی و تفکیک دگرسانیهای هیدروترمال در کمربند ماگمایی سنوزوییک کرمان از روشهای مبتنی بر هندسه فرکتال استفاده کرد. برای این منظور، با ساخت روشی مرکب از روش آنالیز مولفه های اصلی و مدل فرکتال غلظت- مساحت، توانایی این تکنیک را در پردازش تصاویر ماهوارهای بررسی کرد. نتایج حاکی از توانایی مدل فرکتال غلظت- مساحت در شناسایی و بارزسازی

- [13] Cheng, Q., Xu, Y., and Grunsky, E. (1999). "Integrated spatial and spectrum analysis for geochemical anomaly separation, In S. J. Lippard, A. Naess, and R. Sinding –Larsen(Eds), Proceedings of International Association for Mathematical Geology Meeting". Trondheim, Norway, I: 87-92.
- [14] Cheng, Q., Xu, Y., and Grunsky, E. (2000). "Integrated spatial and spectrum analysis for geochemical anomaly separation". Natural Resources Research, 9(1): 43-52.
- [15] Cheng, Q., and Li, Q. (2002). "A fractal concentrationarea method for assigning a color palette for image representation". Computers and Geosciences, 28(4): 567-575.
- [16] Mojeddifar, S., Ranjbar, H., Nezamabadi-pour, H. (2013). "Adaptive NeuroFuzzy Inference System application for hydrothermal alteration mapping using ASTER data". Journal of Mining & Environment, 4(2): 83-96.
- [17] Honarmand, M., Ranjbar, H., and Shahabpour, J. (2011). "Application of Spectral Analysis in Mapping Hydrothermal Alteration of the Northwestern Part of the Kerman Cenozoic Magmatic Arc, Iran". Journal of Sciences, 22: 221-238.
- [18] Congalton, R. G., and Green, K. (2009). "Assessing the Accuracy of Remotely Sensed Data– Principles and Practices". 2nd Ed., Lewis Publishers, Boca Raton.

- ² Percentage of Reflectance
- ³ Short Wave Infra Red

- [6] Afzal, P., Alghalandis, Y. F., Khakzad, A., Moarefvand, P., and Omran, N. R. (2011). "Delineation of mineralization zones in porphyry Cu deposits by fractal concentration- volume modeling". Journal of Geochemical Exploration, 108(3): 220-232.
- [7] Dimitrijevic, M. D. (1973). "Geology of the Kerman region. Geological Survey of Iran publication, Tehran". Rep. 52, pp. 334.
- [8] Cheng, Q., Agterberg, F. P., and Ballantyne, S. B. (1994). "The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods". Journal of Geochemical Exploration, 51(2): 109-130.
- [9] Cheng, Q., Agterberg, F. P., and Bonham-Carter, G. F. A. (1996). "Special analysis method for geochemical anomaly separation". Journal of Geochemical Exploration, 56(2): 183-195.
- [10] Cheng, Q., Bonham-Carter, G. F. A., Hall, G. E. M., and Bajc, A. (1997). "Statistical study of trace elements in the soluble organic and amorphous Fe-Mn phases of surficial sediments, Sudbury Basian, 1, Multivariate and spatial analysis". Journal of Geochemical Exploration, 59(1): 27-46.
- [11] Sim, B. L., Agterberg, F. P., and Beaudry, C. (1998, October). "Determining the cutoff between background and anomalous metal concentration in lake sediments for the Frotet area, Quebec, using multifractal methods". In: Proceedings of International Association for Mathematical Geology Meeting, 2: 612-617.
- [12] Goncalves, M. A., Vairinho, M., and Oliveira, V. (1998).
 "Study of geochemical anomalies in Mombeja area using multifractal methodology and geostatistics". Proceedings of International Association for Mathematical Geology Meeting, 6-9 October, Ischia, Italy, 2: 590-595.

¹ Digital Number- Area